



Universidade Federal do Paraná
Campus Pontal do Paraná
Centro de Estudos do Mar



NOTAS DE AULAS DE TOPOGRAFIA I

Disciplina dos Cursos de Engenharia Civil , Engenharia Ambiental e Sanitária e Engenharia de Aquicultura do CPP-CEM-UFPR



Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes

	TOPOGRAFIA II	
	Aula teórica 01: Apresentação da disciplina	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

APRESENTAÇÃO

As notas de aula são materiais de apoio para a disciplina de Topografia I dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Ambiental e Engenharia de Aquicultura do Campus Pontal do Paraná da UFPR. Os temas foram divididos e organizados de acordo com a ementa da disciplina.

SUMÁRIO

1-APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA

2-TOPOGRAFIA E GEODÉSIA. OBJETIVOS E FINS DA TOPOGRAFIA. FORMAS DA TERRA

3-INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA/ MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS

4-DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIA HORIZONTAL DE PONTOS INACESSÍVEIS / EFEITO DA CURVATURA DA TERRA EM DISTÂNCIAS HORIZONTAIS / EFEITO DA ALTITUDE NAS DISTÂNCIAS

5-INTRODUÇÃO À TEORIA DOS ERROS

6-ÂNGULOS/RUMOS/AZIMUTES

7-TIPOS DE POLIGONAIS/MÉTODO DAS IRRADIAÇÕES

8-INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS/PROCEDIMENTOS DE CAMPO/CADERNETA DE CAMPO/CADERNETAS DE ESCRITÓRIO/CROQUI/ PONTOS DE APOIO E PONTOS DE DETALHES.

9-CÁLCULO DE ÁREA

10- ESCALA/UNIDADES DE MEDIDAS/CARTA, MAPA, PLANTA/ DESENHO TOPOGRÁFICO

	TOPOGRAFIA II	
	Aula teórica 01: Apresentação da disciplina	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

APRESENTAÇÃO

As notas de aulas de Topografia I dos cursos de engenharia civil, engenharia ambiental e sanitária e engenharia de aquicultura do CPP-CEM-UFPR estão todas comentadas em vídeos no *Youtube*.

As aulas são divididas de acordo com os temas da ementa da disciplina.

SUMÁRIO

1-APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA

<https://www.youtube.com/watch?v=I7vCrH23Otw&feature=youtu.be>

2–TOPOGRAFIA E GEODÉSIA. OBJETIVOS E FINS DA TOPOGRAFIA. FORMAS DA TERRA

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=KAflsguZr3Y&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=5e5T2is-99E&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=12YaHTGicbw&feature=youtu.be>

3-INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA/ MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=QjGvfILPgbs&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=UhfymglSOaY&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=7YpQjBJHPh8&feature=youtu.be>

4-DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIA HORIZONTAL DE PONTOS INACESSÍVEIS / EFEITO DA CURVATURA DA TERRA EM DISTÂNCIAS HORIZONTAIS / EFEITO DA ALTITUDE NAS DISTÂNCIAS.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=diOj8kj-z6g&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=B8jZtwgsoJM&feature=youtu.be>

5-ÂNGULOS/RUMOS/AZIMUTES

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=ScUCX0uDDUE&feature=youtu.be>

Parte 2 - https://www.youtube.com/watch?v=nn_BxDUN7ZE&feature=youtu.be

Parte 3 - https://www.youtube.com/watch?v=OE6n_qMsGYo&feature=youtu.be

Parte 4 - <https://www.youtube.com/watch?v=Oc0VTaitOXI&feature=youtu.be>

6 - INTRODUÇÃO À TEORIA DOS ERROS

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=I2ptgXkbbkVc&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=tdRIKnOHZyo&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=ILlFjfNdxWs&feature=youtu.be>

Parte 4 - <https://www.youtube.com/watch?v=QmRILrfhjbo&feature=youtu.be>

7-TIPOS DE POLIGONAIS/MÉTODO DAS IRRADIAÇÕES

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=kGTdDsPsf6o&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=5UllrTEFqZ0&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=G--gq6v7KhI&feature=youtu.be>

8-INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS/PROCEDIMENTOS DE CAMPO/CADERNETA DE CAMPO/CADERNETAS DE ESCRITÓRIO/CROQUI/ PONTOS DE APOIO E PONTOS DE DETALHES.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=3xa0dDKgthk&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=zbbnrCqnIYE&feature=youtu.be>

9-CÁLCULO DE ÁREA

<https://www.youtube.com/watch?v=0BtstMBei1A&feature=youtu.be>

10- ESCALA/UNIDADES DE MEDIDAS/CARTA, MAPA, PLANTA/ DESENHO TOPOGRÁFICO

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=FQf-XNJJGcY&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=-dIg9PumBSg&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=vJtYkY46WqY&feature=youtu.be>

	TOPOGRAFIA I		
	Aula teórica 01: Apresentação da disciplina		
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes		

APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA

O conteúdo em vídeo

<https://www.youtube.com/watch?v=I7vCrH23Otw&t=667s>

A disciplina Topografia I tem como objetivo proporcionar ao estudante conhecimentos teóricos e práticos para executar levantamentos topográficos planimétricos.

Neste tópico será apresentada a disciplina e seus respectivos conteúdos, também será apresentada a forma de avaliação e a bibliografia.

A ementa.

Topografia e Geodésia. Objetivos e fins da Topografia. Tipos de levantamentos. Etapas do trabalho topográfico. Divisão da topografia. Ciências afins. Forma da Terra. Medidas diretas e indiretas. Teoria dos erros. Tipos de erros. Plano topográfico. Sistema de coordenadas cartesianas. Sistema de coordenadas polares. Ponto topográfico, cotado, de apoio, detalhe. Alinhamento topográfico. Instrumentos topográficos. Escala. Medição linear (direta e indireta). Revisão sobre unidades de medida, uso da calculadora científica, trigonometria plana, geometria plana (distância entre dois pontos, coordenadas retangulares e polares). Medição angular: conceitos e definições. Ângulo horizontal. Teodolitos. Medida de ângulos horizontais: medição simples de método de Bessel. Caderneta de campo. Azimute, Rumo e conversões. Declinação magnética e convergência meridiana. Introdução a planimetria. Forma de materialização de pontos. Monografia de ponto topográfico. Cálculo de coordenada na planimetria. Técnicas de levantamento planimétrico – Poligonação. Medição de ângulos horizontais, verticais e zenitais. Levantamento de uma poligonal fechada, enquadrada e aberta. Deflexão. Cálculo da poligonal fechada. Cálculo de poligonal. Cálculo de área. Método de irradiação. Caderneta de campo. Estadimetria. Prática de irradiação. Desenho topográfico planimétrico.

Objetivos

Objetivos gerais

Possibilitar ao estudante conhecimentos introdutórios de topografia, dando subsídio para a compreensão dos tipos de levantamento, instrumentação topográfica e etapas do levantamento topográfico.

Objetivos Específicos

- Introduzir o conceito de Geodésia e Topografia e referenciais (forma da terra, plano topográfico e orientação);
- Conceituar os tipos de levantamentos e estudar as etapas do levantamento topográfico;
- Estudar as medidas (angular e linear) em topografia, bem como erros associados;
- Definir ponto e alinhamento topográfico;
- Revisar conceitos de trigonometria e geometria plana, unidades de medida e uso de

- calculadoras científicas;
- Conhecer os instrumentos topográficos e os cuidados em sua conservação;
- Introduzir conceitos de planimetria e aplicar técnicas de levantamento planimétrico;
- Estudar os tipos de poligonais e o método da irradiação;
- Calcular coordenadas na planimetria e calcular área;
- Estudar normas do desenho topográfico planimétrico.

Divisão do conteúdo

CONTEÚDO
Apresentação da disciplina e plano de ensino.
Topografia e Geodésia. Objetivos e fins da Topografia. Formas da Terra
Tipos de levantamentos. Etapas do trabalho topográfico. Divisão da topografia. Ciências afins.
Medidas diretas e indiretas. Teoria dos erros. Tipos de erros
Plano topográfico. Sistema de coordenadas cartesianas. Sistema de coordenadas polares. Ponto topográfico, cotado, de apoio, detalhe.
Alinhamento topográfico. Instrumentos topográficos. Escala. Medição linear (direta e indireta)
Avaliação 1
Revisão sobre unidades de medida, uso da calculadora científica, trigonometria plana, geometria plana (distância entre dois pontos, coordenadas retangulares e polares)
Medição angular: conceitos e definições.
Ângulo horizontal. Teodolitos. Medida de ângulos horizontais: medição simples de método de Bessel. Azimute, Rumo e conversões. Declinação magnética e convergência meridiana
Caderneta de campo
Introdução a planimetria. Forma de materialização de pontos. Monografia de ponto topográfico. Monografia de ponto topográfico
Cálculo de coordenada na planimetria
Avaliação 2
Deflexão. Cálculo da poligonal fechada. Cálculo de poligonal. Cálculo de área. Método de irradiação. Caderneta de campo. Estadimetria. Prática de irradiação. Desenho topográfico planimétrico.
Poligonação. Medição de ângulos horizontais, verticais e zenitais. Levantamento de uma poligonal fechada, enquadrada e aberta. *
* Aula ministrada no campo
Técnicas de levantamento planimétrico. *
* Aula ministrada no campo

Avaliação 3
Obs.: Este cronograma/programa poderá sofrer adequações de acordo com o andamento da disciplina. Este programa (ementa e carga horaria), segue rigorosamente a Ficha 01, contida no PPC, e conforme Regimento Geral da UFPR Art.78. o professor desta disciplina, é responsável pelo cumprimento deste em sua totalidade.

Procedimentos didáticos

A disciplina será desenvolvida mediante aulas expositivo-dialogadas quando serão apresentados os conteúdos curriculares teóricos. Também serão discutidos os aspectos práticos antes das aulas de campo que serão realizadas nas dependências do CEM. Serão utilizados os seguintes recursos: quadro de giz, notebook e projetor multimídia. Nas aulas de campo serão utilizados equipamentos de topografia.

Formas de avaliação

A avaliação da disciplina será composta por duas provas teóricas individuais (Avaliação 1 e Avaliação 2) e uma avaliação que será composta dos trabalhos práticos (Avaliação 3) realizados em grupo. As notas das avaliações que serão realizadas sem consulta variam de 0,0 a 10,0 pontos. O conteúdo das provas serão informados de acordo com o andamento do semestre. Os critérios de aprovação são padronizados pela UFPR.

Bibliografia

Bibliografia básica

BORGES, A. DE C. Exercícios de Topografia . 3ª. Edição. Editora Edgard Blucher, 2005.

BORGES, A. DE C. Topografia Aplicada a Engenharia Civil - VOL 1 . 2ª. Edição. Editora Edgard Blucher, 2002.

BORGES, A. DE C. Topografia Aplicada a Engenharia Civil - VOL 1 . 1ª. Edição. Editora Edgard Blucher, 1999.

Bibliografia complementar

MCCORMAC, J. TOPOGRAFIA. 5ª. EDIÇÃO. EDITORA LTC. RIO DE JANEIRO, 2010.

CASACA, J.M.; MATOS, J. L. de.; DIAS, J.M.B. Topografia Geral. 4ª. Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro, 2007.

Demais Bibliografias

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

BORGES, A. DE CAMPOS. Exercícios de topografia. 3. ed. rev. e atual. -- São Paulo: Blucher, 1975. 182p.

CASACA, J. M. Topografia geral. 4. ed. atual. Rio de Janeiro: LTC, 2007. xvii, 208 p.

COMASTRI, J.A. & TULER, J.C.; Topografia: altimetria, 3. ed. Viçosa; Impr. Univ. UFV, 1999. 200 p.

DALMOLIN Q. Ajustamento por mínimos quadrados. 2. ed. Curitiba. 2004.

GONÇALVES, J. A. Topografia: conceitos e aplicações. 3. ed. atual. aum Lisboa; Porto: Lidel, 2012. 357 p.

IBGE - Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais. 2a edição. 2019. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101666.pdf>

MORITZ, H. -1980- *Advanced physical geodesy*. Abacus Press Wichmann, 500 pp.

SILVA, I.; SEGANTINE, P. C. L. Topografia para Engenharia: teoria e prática de geomática. São Paulo: Elsevier, 2015.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

Sites

<https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica/16283-rede-altimetrica.html?=&t=o-que-e>

<http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>

<http://icgem.gfz-potsdam.de/home>

<http://labsim.unipampa.edu.br/redegeo/>

Aplicativos

https://play.google.com/store/apps/details?id=contatorogerio.redegeo_v3&hl=pt_BR

<https://apps.apple.com/br/app/redegeo/id1498458251>

Cuidados com os equipamentos e segurança ao realizar as aulas práticas

Todas as recomendações de segurança foram publicadas na plataforma AVA e devem ser seguidas em todas as aulas práticas.

	TOPOGRAFIA I		
	Aula teórica 02: Topografia e Geodésia/Formas da Terra/Coordenadas/Sistemas de coordenadas		
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes		

TOPOGRAFIA E GEODÉSIA/FORMAS DA TERRA/COORDENADAS/SISTEMAS DE COORDENADAS.

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=KAflsguZr3Y&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=5e5T2is-99E&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=12YaHTGicbw&feature=youtu.be>

Introdução

Esta aula introdutória tem como objetivo discutir brevemente elementos básicos de Geodésia, formas da Terra, tipos de coordenadas e sugestões de estudos complementares. Neste material são indicados *sites* com material de estudo e vídeos que podem auxiliar os estudos de temas ligados à Topografia.

Elementos de Geodésia

Geodésia é a ciência que estuda formas e dimensões da Terra, seu campo de gravidade e sua dinâmica.

Em termos práticos a geodésia aplicada se ocupa da determinação precisa da posição de pontos na superfície terrestre, determinação de altitudes e apoio ao mapeamento em geral.

Formas da Terra

A priori trataremos de três superfícies de referência fundamentais:

1. O elipsóide;
2. O geóide;
3. Superfície física.

Na Figura 01 são ilustradas as 3 superfícies.

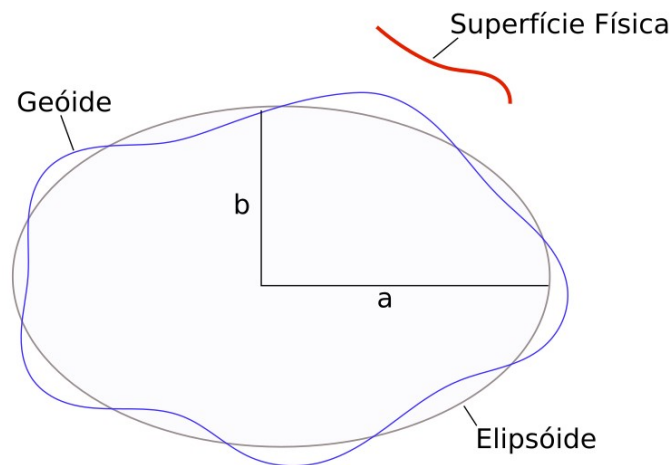


Figura 01 - Elipsóide , Geóide e Superfície Física

Elipsóide

O elipsóide é o modelo matemático da Terra que mais se aproxima da Terra real (Figura 02) e é usado como referência para o posicionamento global. Existem vários tipos de elipsóide, que são definidos por seus parâmetros, como o semi eixo maior (a), semi eixo menor (b) e o achatamento (f).

No Brasil adota-se o Elipsóide de Revolução GRS80, compatível com o Sistema de Referência Geocêntrico para las Américas (SIRGAS). Os valores dos parâmetros do elipsóide GRS80 são:

- $a = 6.378.137,00 \text{ m}$
- $f = 1/298,257222101$.

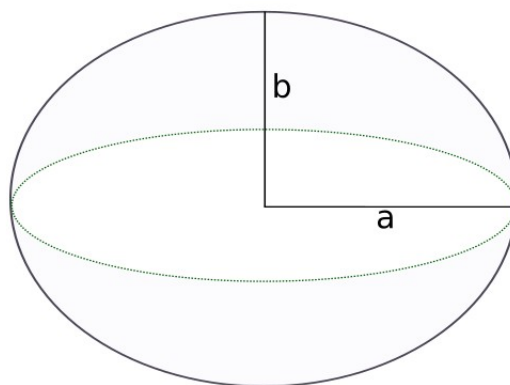


Figura 02- Elipsóide

Maiores informações sobre a caracterização do SIRGAS2000 é encontrada no documento disponibilizado pelo IBGE no *site*:

http://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/normas/rpr_01_25fev2005.pdf

Geóide

O geóide é a superfície equipotencial que coincide com o nível médio dos mares não perturbados. Esta superfície é importante pois é a mais próxima da forma da Terra real.

É a superfície referência da altitude ortométrica.

Atualmente existem inúmeros de modelos do campo de gravidade que podem ser obtido gratuitamente no *site*:

http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime

A Figura 03 mostra a forma da Terra a partir do campo de gravidade.

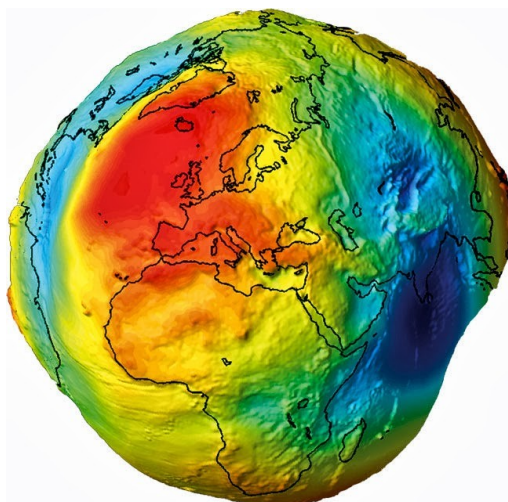


Figura 03 - Geóide

(Fonte: <http://deepearthscience.blogspot.com/2013/10/measuring-geoid-what-is-geoid.html>)

O IBGE disponibiliza o modelo geoidal MAPGEO2015, cujas informações e acesso ao produto podem ser obtidas no *site*:

<https://www.ibge.gov.br/geociencias/modelos-digitais-de-superficie/modelos-digitais-de-superficie/10855-modelo-de-ondulacao-geoidal.html?=&t=o-que-e>

Superfície Física

A superfície física é a superfície da Terra e suas irregularidades. É a superfície onde nos encontramos e é objeto das medidas topográficas e geodésicas.

No *site*: <https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/> da EMBRAPA podemos obter o relevo do Brasil. A Figura 04 ilustra uma parcela do relevo do estado do Paraná.

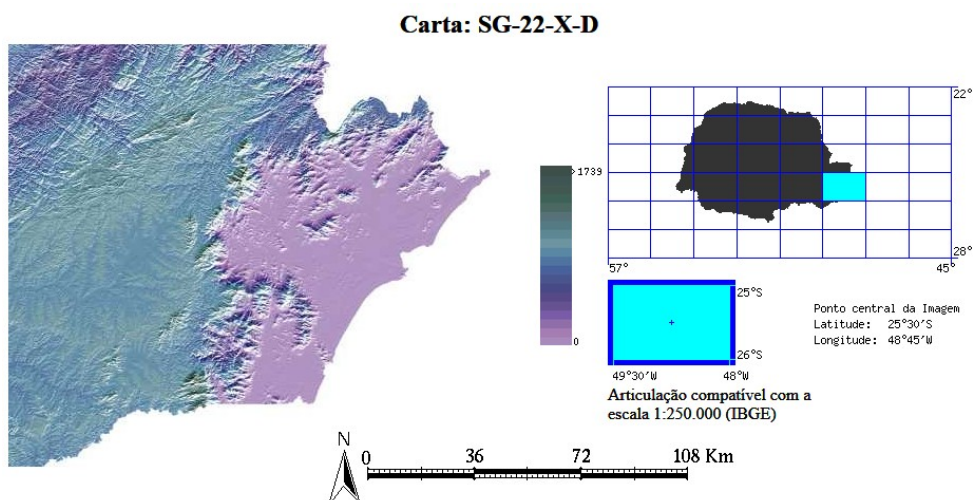


Figura 04 – Relevo da região da serra e litoral do Paraná

(Fonte: Embrapa: https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/pr/hth3/pr03_05.htm)

Relação elipsóide, geóide e a superfície física.

A relação entre o elipsóide e o geóide é mostrada na Figura 05

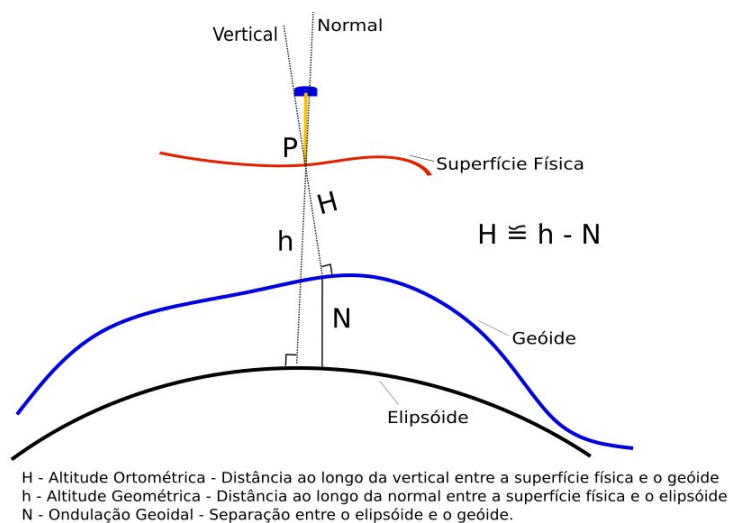


Figura 05 – Relação Geóide, Elipsóide e a Superfície Física.

Como pode ser observado na Figura 03 existe a seguinte relação entre as superfícies citadas:

$$H \simeq h - N \quad (1)$$

Sendo que a reta normal é perpendicular ao elipsóide e a vertical perpendicular ao geóide.

Para conhecer um pouco mais sobre geodésia assistir os vídeos:

1. https://www.youtube.com/watch?v=_Cj1vgmXr5M
2. <https://www.youtube.com/watch?v=W1ScSRZ6ZyU>
3. <https://www.youtube.com/watch?v=BCK5Zj--w7w>

Sistema Geodésico Brasileiro

O sistema Geodésico Brasileiro é composto pelas redes Altimétrica, Planimétrica e Gravimétrica, cujas informações podem ser encontradas no *site*:

<https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica.html>

Para se obter dados das redes de referências mantidas pelo IBGE basta acessar o *site*:

<http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>

Coordenadas astronômicas, geodésicas, UTM e o plano topográfico.

Coordenadas astronômicas

Define-se como Latitude astronômica (Φ) de um ponto o ângulo que a vertical deste ponto forma com sua projeção equatorial, convencionalmente as latitudes são positivas no hemisfério norte e negativas no hemisfério sul. A longitude astronômica de um ponto (λ) é definida como o ângulo plano que mede o diedro formado pelo meridiano de origem (meridiano de Greenwich) e pelo meridiano astronômico do ponto (plano definido pela vertical do lugar e uma paralela ao eixo

de rotação). Já o Azimute astronômico de uma direção é o ângulo entre o meridiano astronômico do ponto e a direção (GEMAEL, 1999). A Figura 06 ilustra o sistema de coordenadas astronômicas.

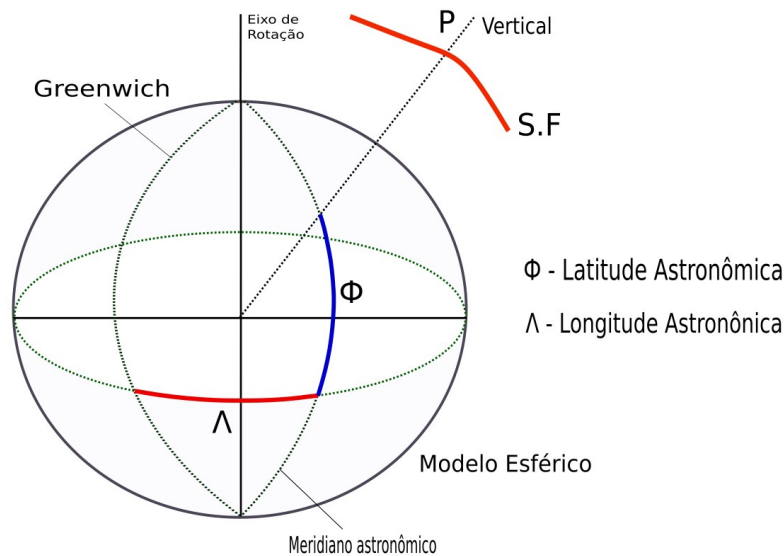


Figura 06 – Coordenadas astronômicas.

Coordenadas geodésicas

A latitude geodésica (φ) de um ponto é o ângulo que a normal forma com sua projeção equatorial. A longitude geodésica (λ) é definida como o ângulo formado pelo diedro do meridiano geodésico (paralelo ao de Greenwich) e o meridiano do ponto. A distância entre os pontos P e P' é a altitude geométrica (h). A Figura 07 ilustra o sistema de coordenadas geodésicas.

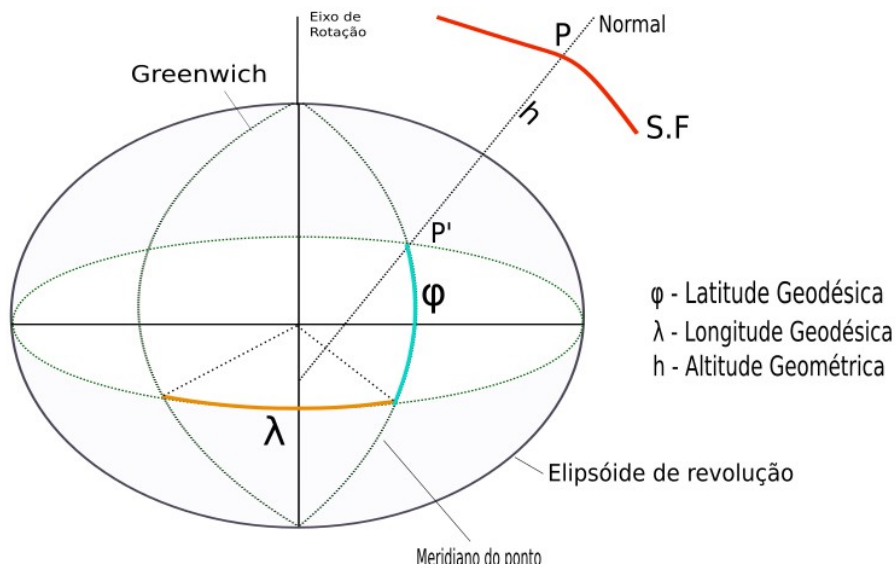


Figura 07 - Coordenadas Geodésicas

Coordenadas UTM

Embora projeções cartográficas não seja objeto desta disciplina é conveniente abordar sucintamente o tema, pois este tipo de coordenadas é muito utilizada em levantamentos GNSS (*Global Navigation Satellite System*) que por sua vez pode ser utilizado em levantamentos topográficos. Para saber mais sobre GNSS acessar: <https://www.gsa.europa.eu/european-gnss/what-gnss>

A projeção UTM (*Universal Transversa de Mercator*) consiste na representação plana da Terra (elipsoide de revolução) a partir de um cilindro (superfície de projeção) transverso ao eixo de rotação terrestre (Figura 08).

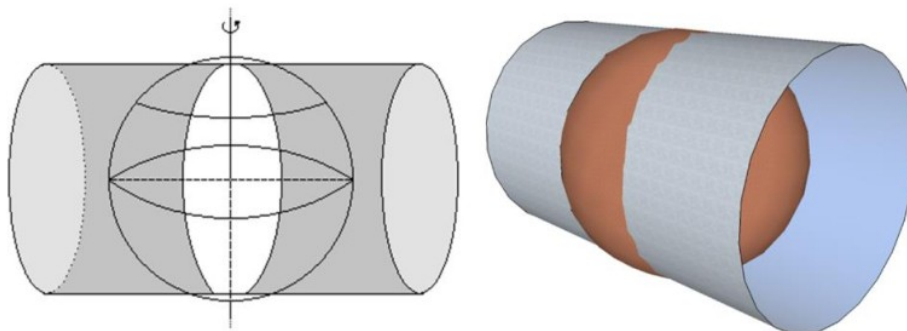


Figura 08 – Projeção UTM.
(Fonte: SAMPAIO & BRANDALIZE, 2018)

O Sistema de coordenadas UTM consiste na divisão da Terra em 60 fusos (considerando os meridianos) de 6° cada. Estes fusos são resultados do cilindro transversal secante e são numeradas (1 a 60) a partir do meridiano de Greenwich de oeste para leste. A projeção cobre entre as latitudes 80° S a 80° N, sendo que as calotas polares são projetadas a partir de outro tipo de projeção.

Na Figura 09 é mostrada a divisão de fusos no Brasil.

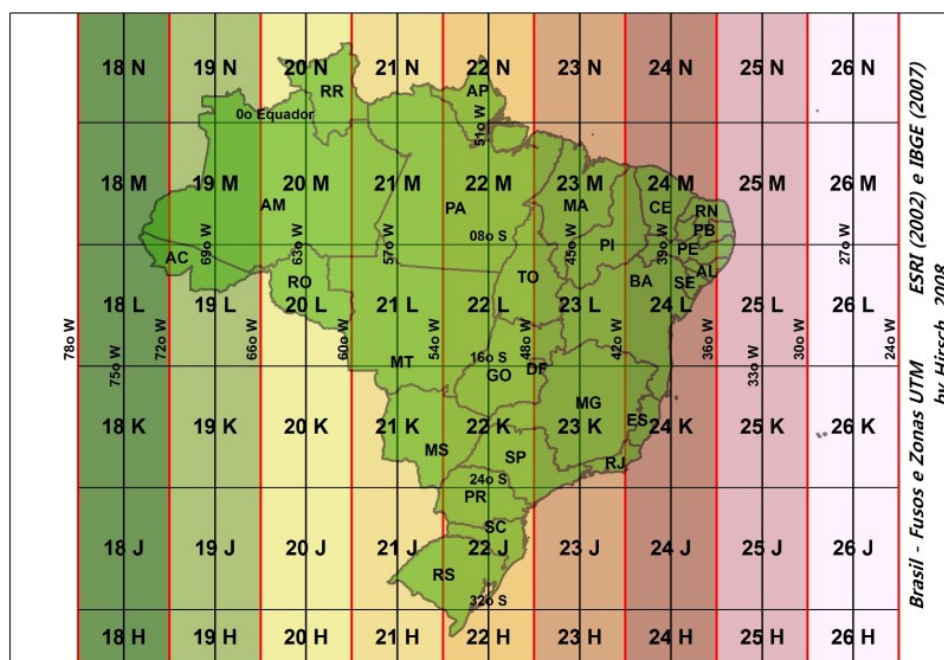


Figura 09 – Divisão de fusos no Brasil.
(Fonte: HIRSCH, 2008)

Como se trata de um sistema de projeção, existem distorções e por este motivo este sistema apresenta algumas limitações no âmbito da Topografia, ou seja, em muitas aplicações as coordenadas UTM não são convenientes, sendo necessário sistema de coordenadas locais como o PTL (Plano Topográfico Local), cuja norma reguladora é a NBR 14166.

Na Figura 10 é ilustra as características de um fuso, com suas distorções de escala (k).

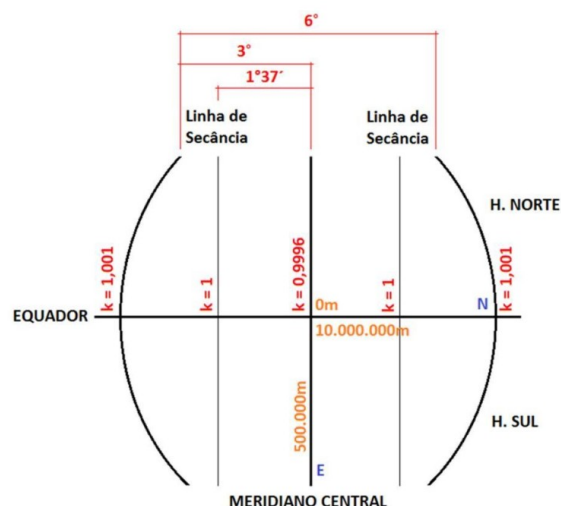


Figura 10 – Características de um fuso UTM
(Fonte: SAMPAIO & BRANDALIZE, 2018)

Para aprofundar os estudos sobre coordenadas UTM recomenda-se o livro: SAMPAIO, T. V. M.; BRANDALIZE, M. C. B. Cartografia geral, digital e temática – Volume I. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2018. Disponível no site: <http://www.prppg.ufpr.br/site/ppggeografia/wp-content/uploads/sites/71/2018/03/cartografia-geral-digital-e-tematica-b.pdf>

A NBR 13133 trata do Sistema de projeção *Universal Transversa de Mercator* na página 6.

Plano Topográfico

A porção de terra compreendida em até no máximo 30 km pode ser simplificada como plana. Esta simplificação é conveniente para facilitar os cálculos topográficos.

A NBR 13133, nas páginas 05 e 06 mostra as características do Sistema de projeção topográfica (ou Sistema Topográfico Local), sendo admitido um plano de aproximadamente 80 km:

“ a) As projetantes são ortogonais à superfície de projeção, significando estar o centro de projeção localizado no infinito.

b) A superfície de projeção é um plano normal a vertical do lugar no ponto da superfície terrestre considerado como origem do levantamento, sendo seu referencial altimétrico o referido Datum vertical brasileiro.

c) As deformações máximas aproximadas inerentes à desconsideração da curvatura terrestre e à refração atmosférica são:

$$\Delta l \text{ (mm)} = - 0,001 \text{ } l^3 \text{ (km)}$$

$$\Delta h \text{ (mm)} = + 78,1 \text{ } l^2 \text{ (km)}$$

$$\Delta h' \text{ (mm)} = + 67 \text{ } l^2 \text{ (km)}$$

Onde:

Δl = deformação planimétrica devida à curvatura da Terra, em mm.

Δh = deformação altimétrica devida à curvatura da Terra, em mm.

$\Delta h'$ = deformação altimétrica devida ao efeito conjunto da curvatura da Terra e da refração atmosférica, em mm.

l = distância considerada no terreno, em km.

d) O plano de projeção tem a sua dimensão máxima limitada a 80 km, a partir da origem, de maneira que o erro relativo, decorrente da desconsideração da curvatura terrestre, não ultrapasse 1:35000 nesta dimensão e 1:15000 nas imediações da extremidade desta dimensão.

e) A localização planimétrica dos pontos, medidos no terreno e projetados no plano de projeção, se

f) O eixo das ordenadas é a referência azimutal, que, dependendo das particularidades do levantamento, pode estar orientado para o norte geográfico, para o norte magnético ou para uma direção notável do terreno, julgada como importante.”

Greenwich PN

PS

Meridiano do ponto

Elipsóide de revolução

Geóide

Plano Topográfico

S.F.

Vertical

z

y

x

Eixo z - Eixo determinado pelo fio de prumo
 Eixo y - Eixo definido pela meridiana, orientação dada pela linha Norte-Sul
 Eixo x - Perpendicular ao Eixo y na direção leste, sentido dextrógiro.

Sistemas de coordenadas

Sistema de coordenadas cartesianas

A 3D Cartesian coordinate system is shown with axes labeled x , y , and z . A point $P(x, y, z)$ is located in the first octant. Dotted lines indicate the projections of point P onto the xy -plane and the individual axes. A right-angle symbol is shown at the origin to indicate the perpendicularity of the axes.

Figura 12 – Sistema de coordenadas cartesianas

Sistema de coordenadas esféricas.

No sistema de coordenadas esféricas a posição de um ponto no espaço tridimensional pode ser determinada por uma distância R entre a origem e o ponto considerado e os ângulos α e β , conforme mostra a Figura 13.

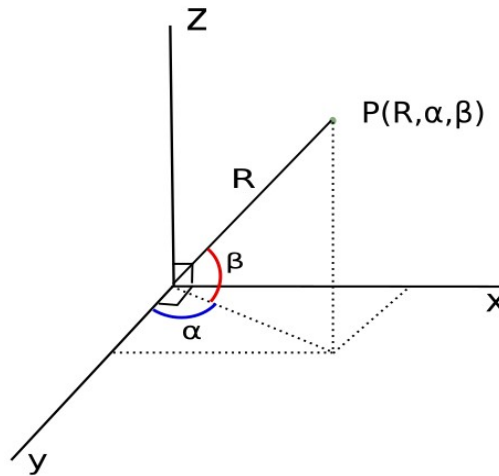


Figura 13 – Sistema de coordenadas polares.

Matematicamente a coordenada de um ponto P e R, α e β é expresso por:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = R * \begin{vmatrix} \cos \beta * \sin \alpha \\ \cos \beta * \cos \alpha \\ \sin \beta \end{vmatrix} \quad (2)$$

Coordenadas polares na topografia

No sistema de coordenadas polares podemos descrever um ponto no espaço com um ângulo de rotação e uma distância entre o ponto e a origem do sistema.

No caso da topografia a localização dos pontos no espaço são definidas pelos ângulos podem (rumos e azimutes) e as distâncias medidas em campo. Na Figura 14 é mostrada um exemplo de como os ângulos e distâncias são usadas na topografia para a determinação das coordenadas dos pontos.

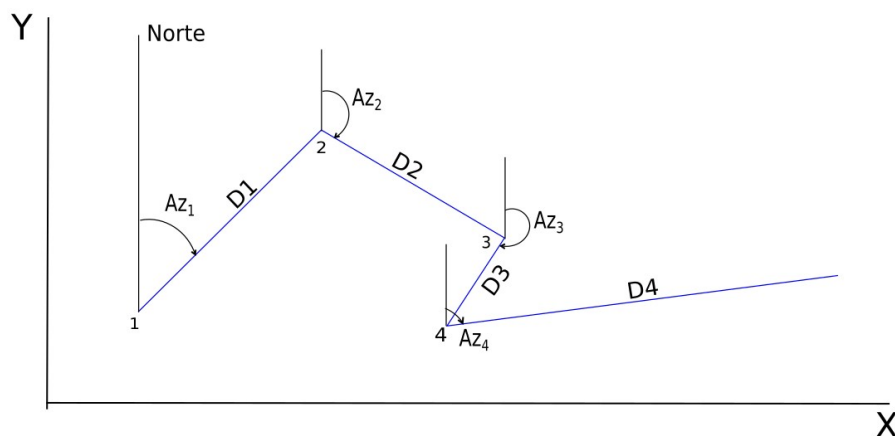


Figura 14 – Uso do azimuth e distância na determinação das coordenadas de pontos.

As coordenadas do ponto 1 devem ser conhecidas, e as coordenadas dos demais pontos n são dadas por:

$$X_n = X_{(n-1)} + D_{(n-1)} * \sin(Az_{(n-1)}) \quad Y_n = Y_{(n-1)} + D_{(n-1)} * \cos(Az_{(n-1)}) \quad (3)$$

onde n corresponde a sequência de pontos, $n = 1, 2, 3, \dots, n$.

Revisão de trigonometria

Para a resolução de problemas de topografia é fundamental que o discente revise todos os conceitos de trigonometria:

- O triângulo retângulo;
- Lei dos senos;
- Lei dos cossenos;
- Relações trigonométricas.

Existem várias plataformas digitais que podem ser acessadas para revisão dos assuntos, como as plataformas:

- IMPA: <https://portaldabimpa.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=71#>
- Khan Academy: https://pt.khanacademy.org/search?page_search_query=Trigonometria

Estes *sites* também podem ser usados para revisão de outros assuntos como geometria plana

Bibliografia

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

ABNT. NBR 14166: Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimento. Rio de Janeiro, ago. 1998.

EMBRAPA – Informações disponíveis no site: <https://www.cnpm.embrapa.br/projetos/relevobr/> . 2020.

HIRSCH, A. Brasil: fusos e zonas UTM. 10.13140/RG.2.2.15089.79205. 2008

SAMPAIO, T. V. M.; BRANDALIZE, M. C. B. Cartografia geral, digital e temática – Volume I. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2018.

GEMAEL C. Introdução à geodésia física. Curitiba: UFPR; 1999.

Sites

http://geofip.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/normas/rpr_01_25fev2005.pdf

<https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/rede-geodesica.html>

http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime

<http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>

<http://icgem.gfz-potsdam.de/home>

<http://labsim.unipampa.edu.br/redegeo/>

<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=71#>

https://pt.khanacademy.org/search?page_search_query=Trigonometria

<https://www.ibge.gov.br/geociencias/modelos-digitais-de-superficie/modelos-digitais-de-superficie/10855-modelo-de-ondulacao-geoidal.html?=&t=o-que-e>

<https://www.gsa.europa.eu/european-gnss/what-gnss>

Aplicativos

https://play.google.com/store/apps/details?id=contatorogerio.redegeo_v3&hl=pt_BR

<https://apps.apple.com/br/app/redegeo/id1498458251>

	TOPOGRAFIA I		
	Aula teórica 03: Introdução à Topografia/ Medição de distâncias		
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes		

INTRODUÇÃO À TOPOGRAFIA/ MEDIÇÃO DE DISTÂNCIAS

Conteúdo em vídeo

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=QjGvfILPgbs&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=UhfymglSOaY&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=7YpQjBJHPh8&feature=youtu.be>

Introdução

Nesta aula será introduzida a definição da Topografia bem como seus objetivos tipos de levantamentos e aplicações. Também será tratado dos métodos de medições de distâncias e possíveis erros no processo de medição.

Topografia

Origem da palavra

Topos – Lugar

Grafos – Descrição

Definição

A palavra Topografia remete à descrição de um lugar, assim podemos definir Topografia como a ciência que visa a representação de uma porção limitada da Terra, definindo seus contornos, suas dimensões, informações temáticas e posição relativa de pontos.

Para que possamos aprofundar na definição é necessário discutirmos algumas palavras chaves no contexto da Topografia:

- Porção Limitada – Devemos lembrar que o plano topográfico deve estar limitado em até 30 km devido os efeitos da curvatura da Terra;
- Contornos – refere-se aos limites, relevo e forma;
- Dimensões – Área, distâncias;
- Informações temáticas – Aspectos naturais (vegetação, lagos, etc) e aspectos artificiais (construções em geral);
- Posição relativa – Orientação e contextualização.

Aplicações

A topografia está presente em praticamente todas as grandes obras, desde a construção de prédios, estradas, ferrovias, redes de drenagem urbana, rede de coleta de esgotos, distribuição de água, etc.

Subdivisão da Topografia

A topografia pode ser dividida em:

- Topometria – São os processos de medição, como a planimetria (coordenadas X,Y), altimetria (relevo) e a planialtimetria (coordenadas X,Y,Z);
- Topo processamento – É o tratamento matemático dos dados, ou seja, é a determinação das coordenadas dos pontos a partir dos ângulos e distâncias medidos em campo;
- Desenho Topográfico – Representação em escala reduzida de tudo que foi levantado em campo. Atualmente existem ferramentas computacionais que possibilitam elaborar plantas topográficas com agilidade;
- Análise – Interpretação da planta Topográfica.

Tipos de levantamentos Topográficos

Os tipos de levantamento são divididos em:

- Levantamento Planimétrico;
- Levantamento Altimétrico;
- Levantamento Planialtimétrico.

Levantamento planimétrico

O levantamento planimétrico também é conhecido como levantamento topográfico planimétrico ou levantamento perimétrico.

A NBR 13133 define levantamento planimétrico como:

“ Levantamento dos limites e confrontações de uma propriedade, pela determinação do seu perímetro, incluindo, quando houver, o alinhamento da via ou logradouro como qual faça frente, bem como a sua orientação e a sua amarração a pontos materializados no terreno de uma rede de referência cadastral, ou, no caso de sua inexistência, a pontos notáveis e estáveis nas suas imediações. Quando este levantamento se destinar à identificação dominial do imóvel, são necessários outros elementos complementares, tais como: perícia técnico-judicial, memorial descritivo, etc.”

Na figura 01 é mostrada uma planta topográfica de um levantamento planimétrico.

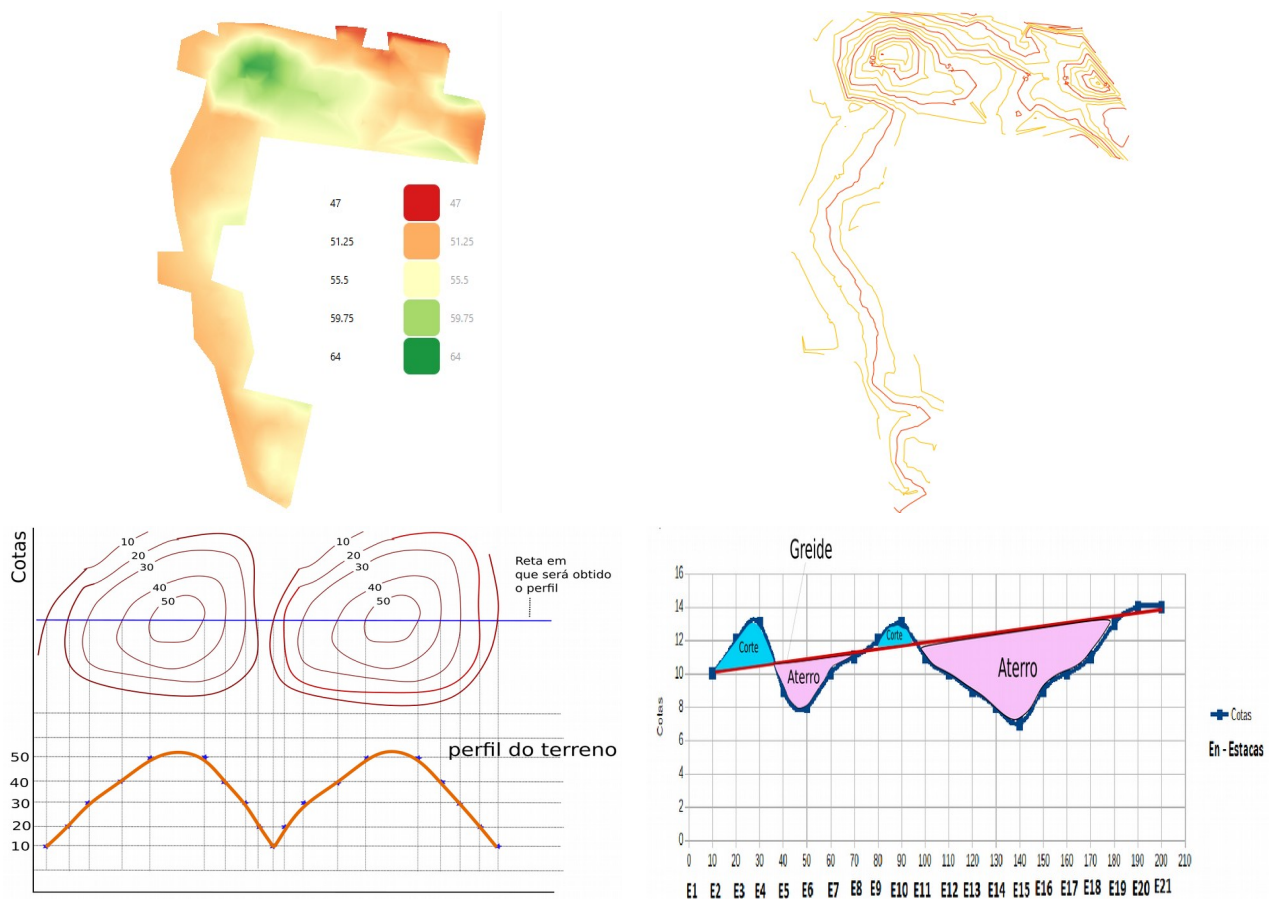
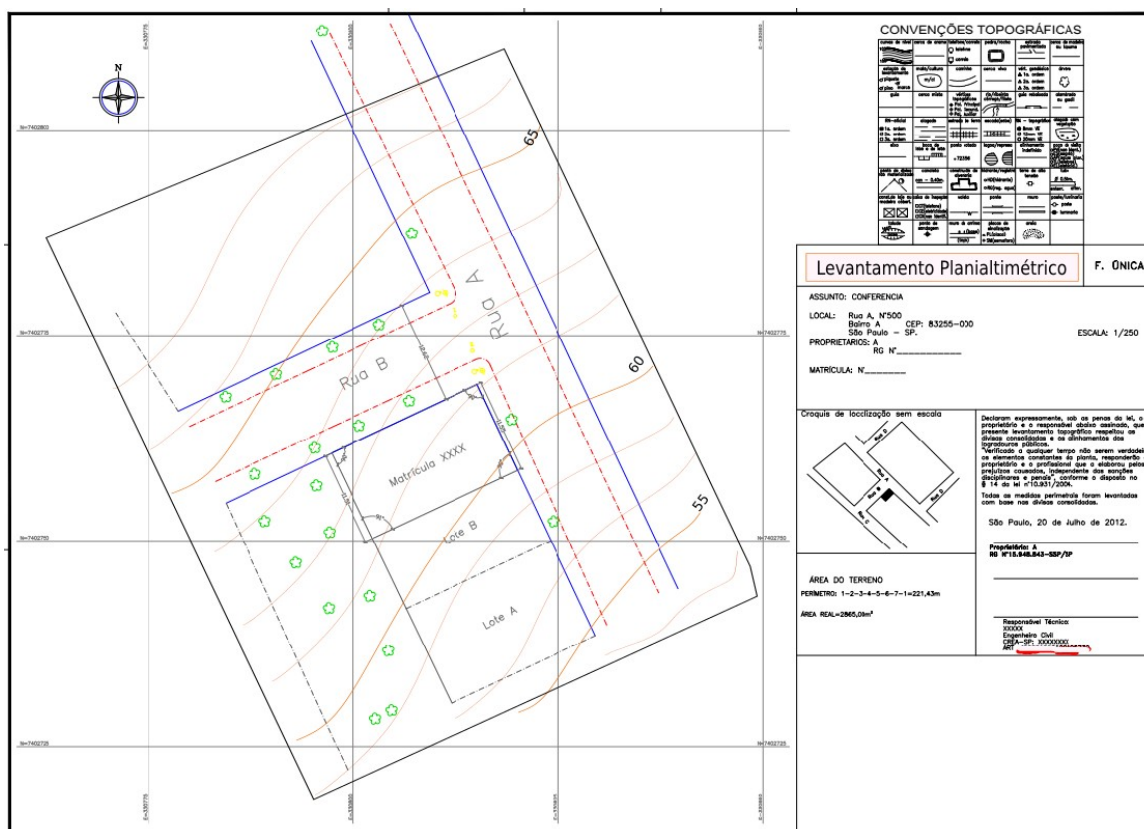


Figura 02 - Resultados de levantamentos altimétricos, sendo um modelo digital de elevação na figura superior esquerda, uma representação em curvas de nível na figura superior direita, um traçado de perfil a partir de curvas de nível na figura inferior esquerda e um perfil com greide na figura inferior direita.

Levantamento planialtimétrico

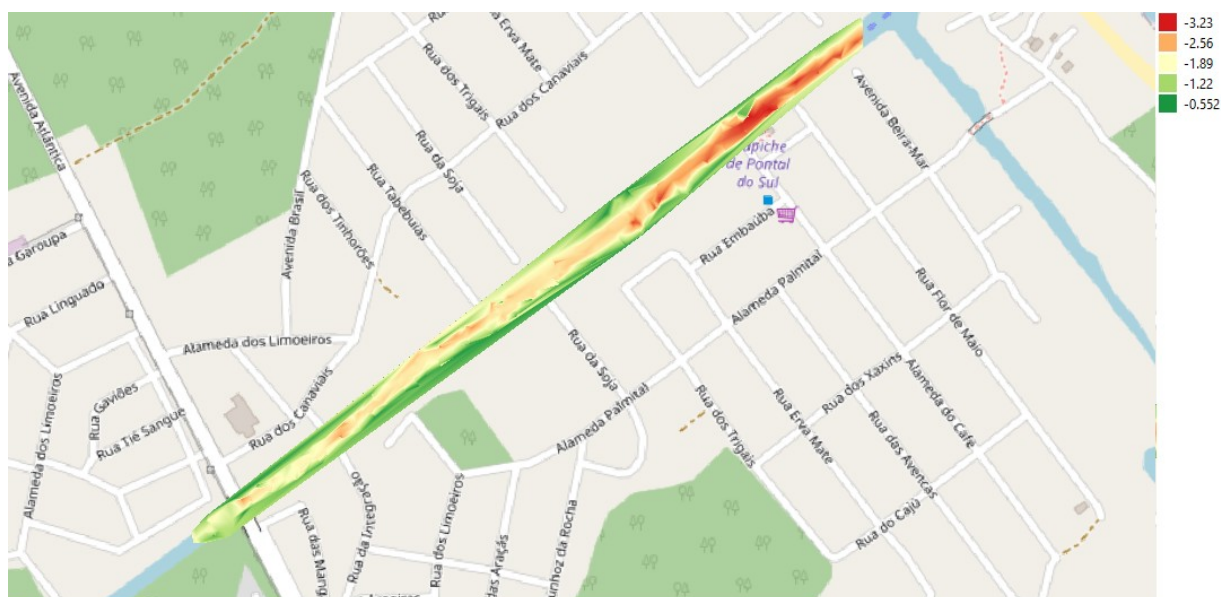
No levantamento planialtimétrico mede-se todas as variáveis necessárias para se executar um levantamento planimétrico (ângulos horizontais e distâncias) acrescido das variáveis necessárias para se executar um levantamento altimétrico (ângulos verticais, distâncias, altura do prisma ou fio médio e altura do equipamento). Assim, uma planta topográfica resultado do levantamento planialtimétrico fornecem também cotas dos pontos ou curvas de nível.

A Figura 03 mostra um exemplo de planta planialtimétrica.



Batimetria

A batimetria é a técnica de levantar fundos de oceanos, rios e lagos. Estes dados podem ser representados por mapa de cores ou curvas de nível. Na Figura 04 é mostrado o resultado de um levantamento batimétrico realizado no município de Pontal do Paraná-PR.



Medição de distâncias

Distância Horizontal ou distância Reduzida e distância inclinada.

A distância horizontal ou distância reduzida (DH ou DR) é a medida entre dois pontos considerando um plano horizontal. Também é conhecida como distância legal.

A distância vertical ou diferença de nível (DV ou DN) é a distância medida ao longo da linha vertical (ver conceito de linha vertical). A Figura 05 mostra as diferenças entre as distâncias.

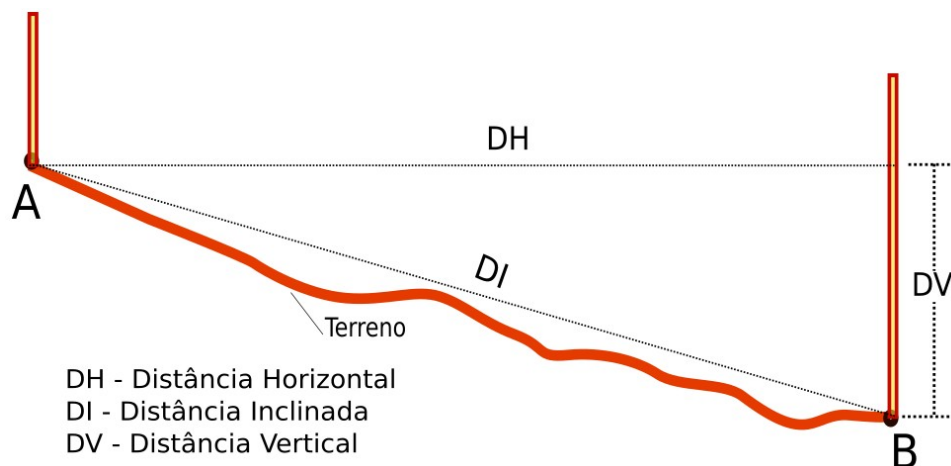


Figura 05 – Distâncias horizontal, inclinada e vertical.
(Fonte: Adaptada de RODRIGUES 2008)

Processo direto

No processo direto as medidas são realizadas por trenas (liga de aço e níquel, fibra de vidro e outros materiais resistentes e menos sujeito a deformações), rodas contadoras (usadas para medir distâncias curvas) e outros métodos.

Na Figura 06 é ilustrado um caso de uma medida de distância legal com trena.

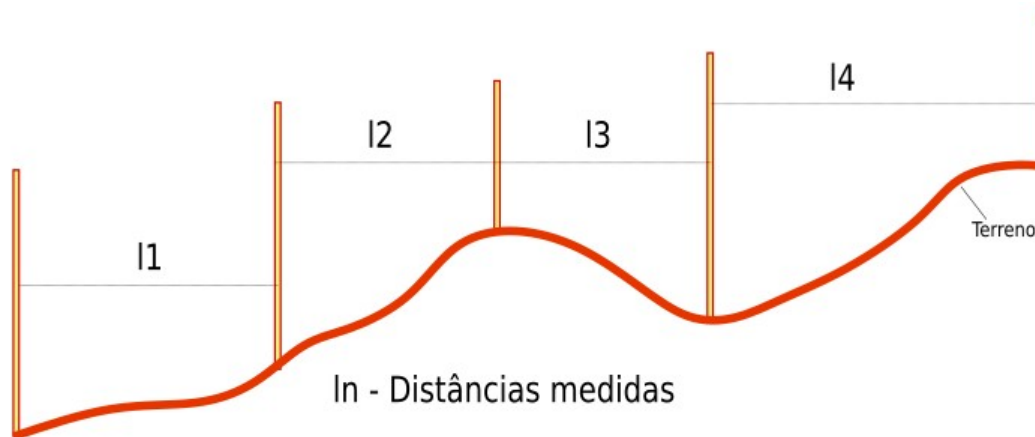


Figura 06 - Exemplo de medida pelo processo direto.

Neste caso a distância horizontal total é dada por:

$$DH = \sum_{1}^n l_n \quad (1)$$

Fontes de erros nas medições de distâncias.

Os principais erros no processo de medições de distâncias pelo processo direto são:

- Erro de dilatação térmica – Erro causado pela dilatação térmica da trena;
- Erro de leitura – Erro comum, podendo ser de estimativa ou erro grosseiro;
- Elasticidade – Erro causado pela elasticidade da trena;
- Catenária ou barriga – A “barriga” da trena ao se medir uma distância causa um erro na medida da mesma;
- Falta de horizontalidade – Um erro comum ao se medir a distância legal é realizar a medida da distância inclinada;
- Inclinação da baliza – A baliza deve estar sempre na vertical, qualquer inclinação na mesma acarreta em erros na medição da distância.
- Falta de alinhamento – Em casos onde há a necessidade de se realizar mais de uma medição para determinar a distância entre dois pontos pode ocorrer o erro de alinhamento.

Na figura 07 são ilustrados os erros de catenária (figura superior esquerda), falta de horizontalidade (figura superior direita), inclinação da baliza (figura inferior esquerda) e o erro de alinhamento (figura inferior direita).

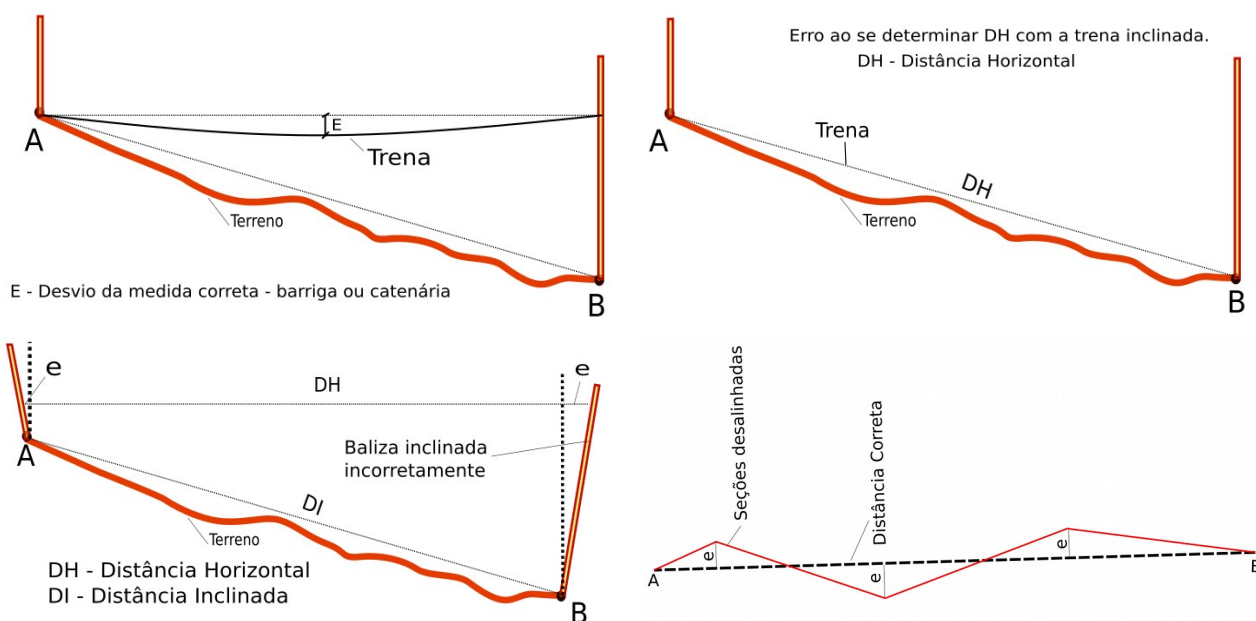


Figura 07 – Fontes de erros no processo direto de medição de distâncias

Processo indireto de medidas de distância.

Entre os processos indiretos para se medir a distância no caso da topografia, temos:

- Taqueometria - Resultado do uso de taqueômetros (teodolito + mira vertical);
- Distanciômetros eletrônicos – No caso da topografia as medidas de distâncias são realizadas geralmente com estação total;

No contexto da geodésia, pode-se utilizar outras técnicas como o GNSS.

Taqueometria.

Taqueometria é uma técnica rápida de medição de distância pelo processo indireto, ou seja, neste caso é necessário a leitura de ângulo e leitura de réguas para se obter a distância.

A leitura de réguas a partir de equipamentos topográficos é possível com os fios do retículo (Fio inferior, Fio Médio e Fio Superior) presentes nas lunetas dos teodolitos (Figura 08)

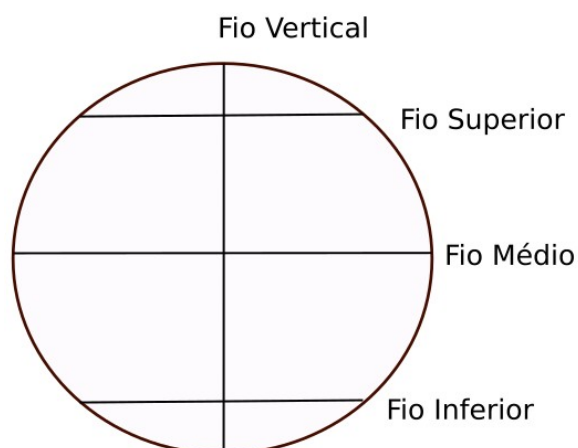


Figura 08 – Fios estadimétricos.

Constante estadimétrica

A constante estadimétrica (g) é fornecida pelo fabricante e é usada na equação para o cálculo das distâncias. A Figura 09 mostra as variáveis envolvidas na determinação da constante estadimétrica.

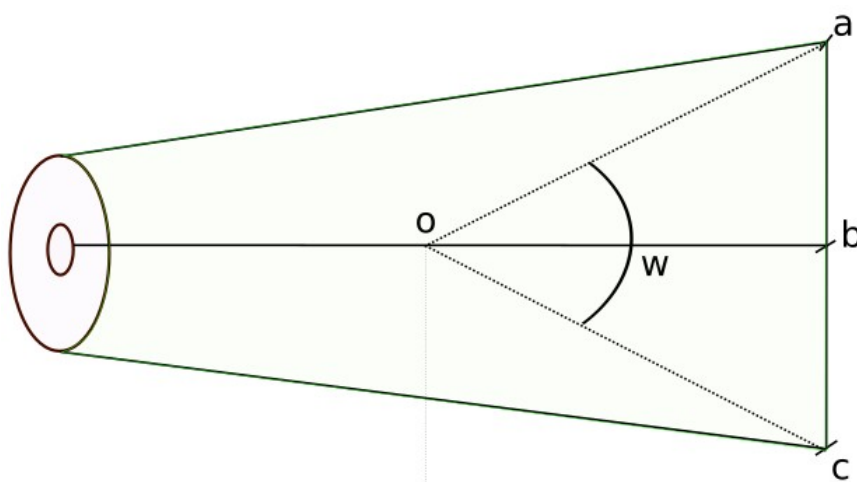


Figura 09 – Constante estadimétrica.

A constante estadimétrica é determinada com a seguinte relação:

$$\frac{ob}{ac} = g \quad (2)$$

Os fabricantes geralmente colocam os fios estadimétricos de forma que a relação da equação 02 forneça $g = 100$, com objetivo de facilitar os cálculos na determinação das distâncias.

Medição de distância pela taqueometria – luneta na horizontal.

Para se determinar a distância por taqueometria com a luneta do equipamento na horizontal utiliza-se semelhança de triângulo (Figura 10).

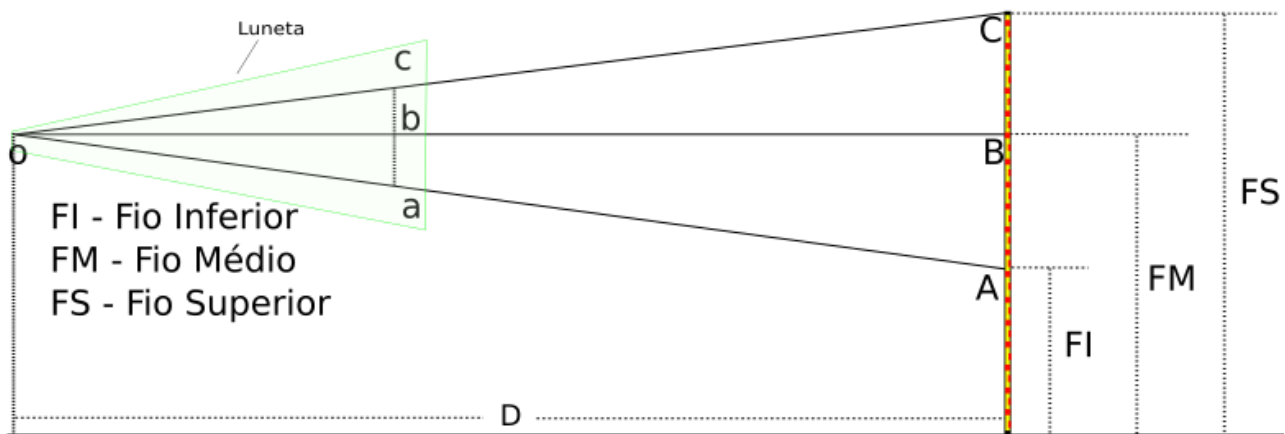


Figura 10 – Determinação de distâncias por taqueometria com a luneta na horizontal.

Conforme pode ser observado na Figura 10 a distância oB (distância entre o equipamento e o local da régua topográfica) é dada por:

$$\frac{oB}{AC} = \frac{ob}{ac}, \text{ mas } \frac{ob}{ac} = g \text{ então } \frac{oB}{AC} = g \rightarrow oB = D = AC * g$$

Como $AC = FS - FI$ então $D = g * (FS - FI)$ (3)

Lembrando que FS é a leitura do fio superior e FI é a leitura do fio inferior. A Figura 11 ilustra uma leitura de régua topográfica.

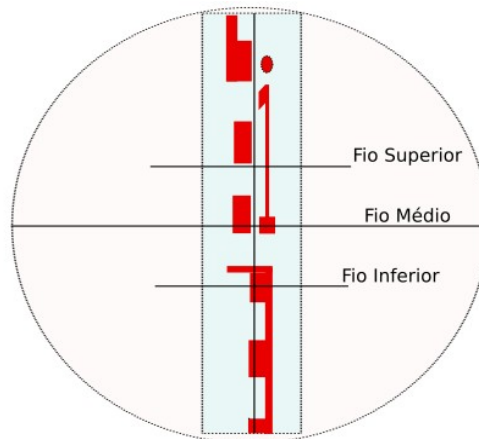


Figura 11 – Leitura de régua topográfica.

No exemplo da Figura 11 as leituras são: 0,95 m, 1,12 m e 1,29 m para os fios inferior, médio e superior respectivamente. Com estes valores a distância entre o equipamento e o local da régua, considerando $g = 100$ é: $D = 100 * (1,29 - 0,95) = 3,40 \text{ metros}$

As fontes de erros neste processo são:

- Leitura na régua topográfica;
- Refração atmosférica;
- Defeitos na mira e possíveis erros sistemáticos no equipamento topográfico;
- Imprecisão na constante estadimétrica;
- Não verticalidade da mira.

Medição de distância pela taqueometria – luneta Inclinada.

Para se determinar a distância por taqueometria com a luneta do equipamento inclinada utilizaremos relações trigonométricas com as variáveis mostradas na Figura 12.

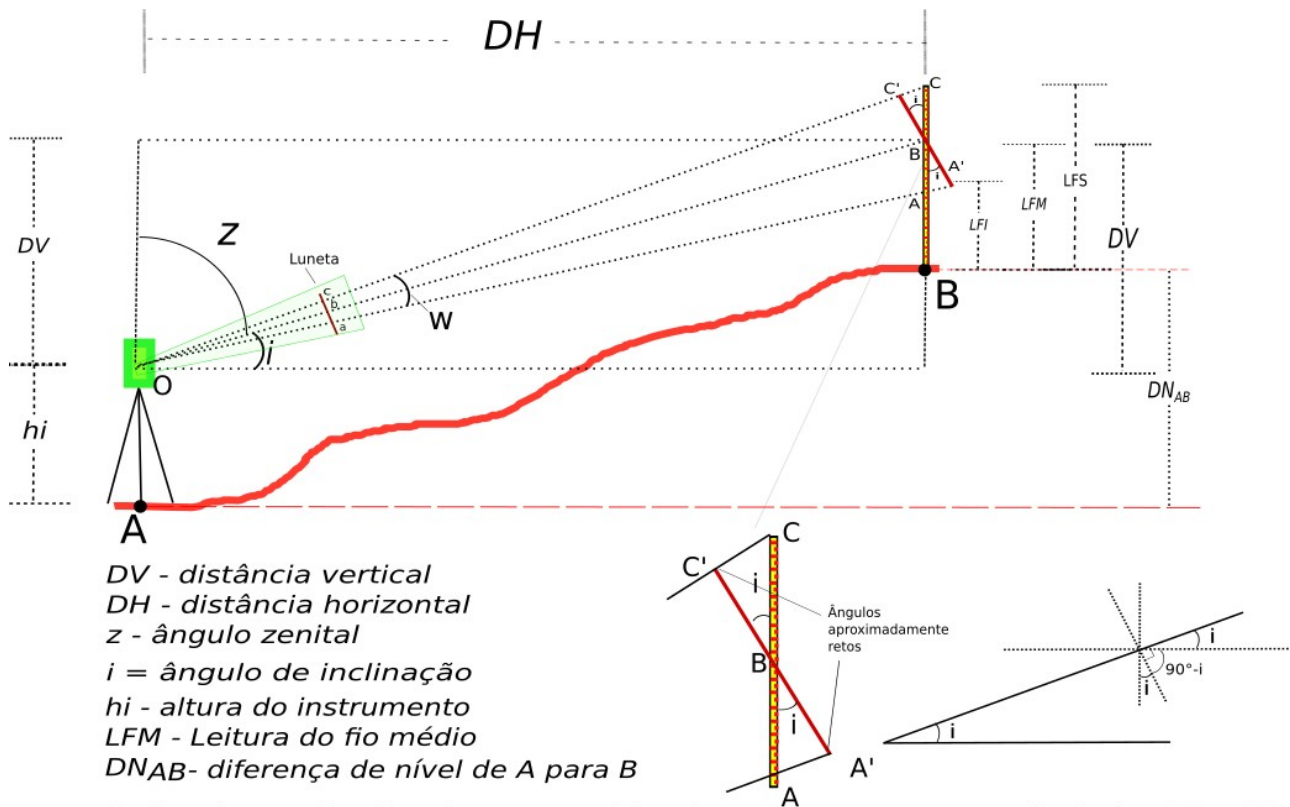


Figura 12 – Medição de distância por taqueometria com luneta inclinada.

Como pode ser observado na Figura 12 a distância DH é dada por:

$$DH = OB * \cos(i) \quad (4)$$

Por semelhança de triângulos temos a relação:

$$\frac{OB}{Ob} = \frac{A'C'}{ac} \text{ mas } \frac{Ob}{ac} = g \text{ então } OB = (A'C') * g \quad (5)$$

Também podem obter as seguintes relações:

$$AB * \cos(i) = A'B \quad (6)$$

$$BC * \cos(i) = BC' \quad (7)$$

Somando as equações (6) e (7):

$$\cos(i) * (AB + BC) = A'B + BC' \quad (8)$$

Sabendo que $A'B + BC' = A'C'$ e $AB + BC = AC$ podemos reescrever a equação (8):

$\cos(i) * AC = A'C'$ mas $AC = FS - FI$, sabendo que $LFS = FS$ (Leitura do Fio Superior) e $LFI = FI$ (Leitura do Fio Inferior), então:

$$A'C' = (FS - FI) * \cos(i) \quad (9)$$

Substituindo a equação (9) na equação (5):

$$OB = ((FS - FI) * \cos(i)) * g \quad (10)$$

Por fim, substituindo a equação (10) na equação (4):

$$\begin{aligned} DH &= ((FS - FI) * \cos(i) * g) * \cos(i) \rightarrow \\ DH &= g * (FS - FI) * \cos^2(i) \end{aligned} \quad (11)$$

Considerando $m = FS - FI$ e substituindo na equação (11)

$$DH = g * m * \cos^2(i) \quad (12)$$

Sugestão de exercício: Provar que ao se medir o ângulo zenital (z) a equação para distância horizontal (DH) é $DH = g * m * \sin^2(z)$

As fontes de erros são as mesmas apontadas na determinação de distâncias com a luneta na horizontal. Quando a distância horizontal é determinada com nível (cujas lunetas estão sempre na horizontal) não há erros na leitura do ângulo vertical, entretanto no caso da luneta estar inclinada também há o erro na medida do ângulo vertical.

Medição de distância com distanciômetro eletrônico

As estações totais possuem distanciômetro eletrônico, o que facilita muito os procedimentos de campo em Topografia. Atualmente existem equipamentos que conseguem medir a distância entre o equipamento e superfícies, dispensando a necessidade de prismas refletores.

O funcionamento do distanciômetro eletrônico fundamenta-se na determinação do tempo em que uma onda eletromagnética (com velocidade de propagação da luz no vácuo de aproximadamente 300.000 km/s) percorre na ida e volta entre o equipamento e o ponto de interesse (refletor). A Figura 13 ilustra a medição de distância por distanciômetro eletrônico.

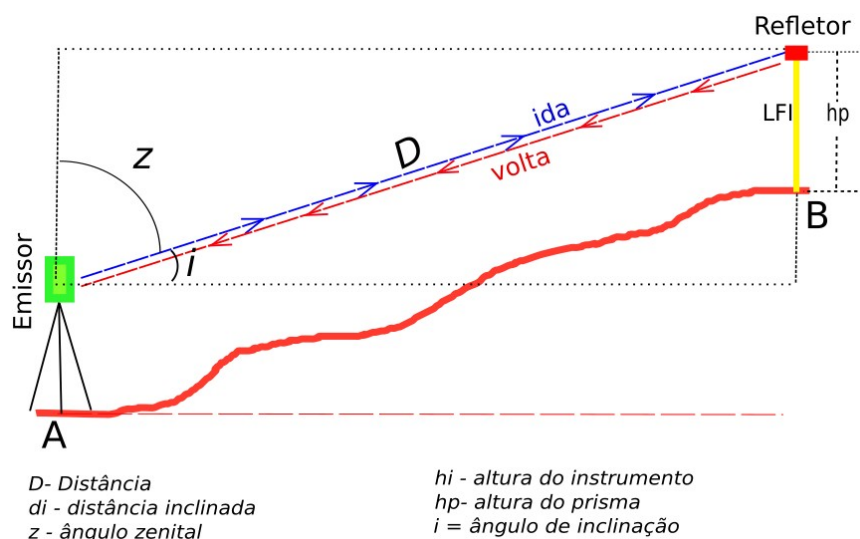


Figura 13 – Medição de distância por distanciômetro eletrônico

A precisão da medida da distância depende da precisão da medida do tempo que a onda percorre. Para exemplificar, um distanciômetro eletrônico que possui a precisão de $10^{(-7)}$ segundos na medida de tempo, sabendo que a velocidade da luz é de $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, o erro na distância (E) é:

$$E = \frac{(3 \cdot 10^8) \cdot 10^{(-7)}}{2} = 15 \text{ m}$$

ou seja, esta precisão inviabiliza o uso do distanciômetro para fins de Topografia.

Considerando a dificuldade de se medir o tempo com a precisão requerida, uma vez que não se tem cronômetro com a precisão necessária, adota-se a técnica de medição da variação da fase do sinal, cujo método pode ser visto em VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012 nas páginas 58 a 70.

Exercício.

1) Com os dados da tabela abaixo determine as distâncias horizontais. O ângulo vertical é zenital.

PONTOS		FIOS			Ângulo
Estaca	Ponto	Inferior	Médio	Superior	ângulo Vertical
F	G	0,4	0,725	1,05	92°30'00"
G	H	0,1	0,3	0,495	90°55'50"
H	A	0,33	1,025	2	90°06'30"
A	B	0,4	0,909	1,406	88°55'10"
B	C	0,3	0,74	1,18	92°18'50"
C	D	0,6	1,169	1,731	88°34'35"
D	E	0,5	0,814	1,128	90°03'40"
E	F	0,287	0,57	0,712	94°48'40"

Resposta.

ESTACA	PONTO	DISTÂNCIA
F	E	64,876327687981
G	E	39,489581666584
H	E	166,99940297176
A	E	100,56422369964
B	E	87,856554710361
C	E	113,03019111444
D	E	62,799928557843
E	F	42,201039731911

Bibliografia

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

RODRIGUES, D. D. Topografia: planimetria para engenheiros Agrimensores e Cartógrafos (em desenvolvimento). UFV, 2008. Disponível em http://www.eam.ufv.br/?page_id=384

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 04: Determinação de distância horizontal de pontos inacessíveis / Efeito da curvatura da Terra em distâncias horizontais / Efeito da altitude nas distâncias	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

DETERMINAÇÃO DE DISTÂNCIA HORIZONTAL DE PONTOS INACESSÍVEIS / EFEITO DA CURVATURA DA TERRA EM DISTÂNCIAS HORIZONTAIS / EFEITO DA ALTITUDE NAS DISTÂNCIAS

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=diOj8kj-z6g&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=B8jZtwgsoJM&feature=youtu.be>

Introdução

Nesta aula será discutido a determinação da distância horizontal de pontos inacessíveis, efeito da curvatura da Terra em distâncias horizontais e o efeito da altitude nas distâncias.

Determinação de distâncias horizontais de pontos inacessíveis.

Neste processo o objetivo é a determinação de distâncias horizontais de pontos inacessíveis. Em algumas aplicações pode ser necessária esta determinação, como é o caso de se determinar a largura e um rio ou outros elementos que algum obstáculo impede o acesso ao ponto de interesse, conforme pode ser verificado na Figura 01.

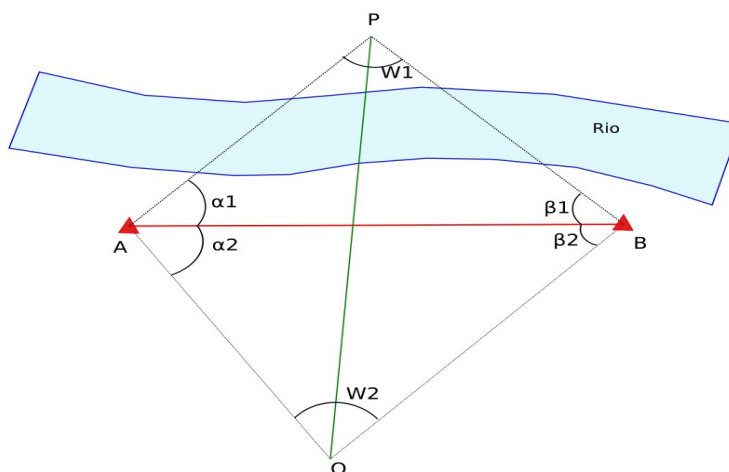


Figura 01 – Determinação de distâncias horizontais de um ponto inacessível.
(Fonte : Adaptada de RODRIGUES, 2008)

Procedimento de campo

Considerando as variáveis mostradas na Figura 01, Os procedimentos de campo são:

1. Materializar linha base AB;
2. Medir a distância AB;
3. Determinar os ângulos internos α_1 , α_2 , β_1 , β_2 e w_2 ;

Com as medidas de campo, os cálculos baseiam-se na utilização da lei dos senos e dos cossenos para se determinar a distância, lembrando que $w_1 = 180 - \alpha_1 - \beta_1$.

Aplicando a lei dos senos:

$$\frac{AP}{\text{sen}(\beta_1)} = \frac{AB}{\text{sen}(w_1)} \rightarrow AP = \frac{AB * \text{sen}(\beta_1)}{\text{sen}(w_1)} \quad (1)$$

Como $w_1 = 180 - \alpha_1 - \beta_1$ então $\text{sen}(w_1) = \text{sen}(\alpha_1 + \beta_1)$, conforme pode ser visualizado na Figura 02.

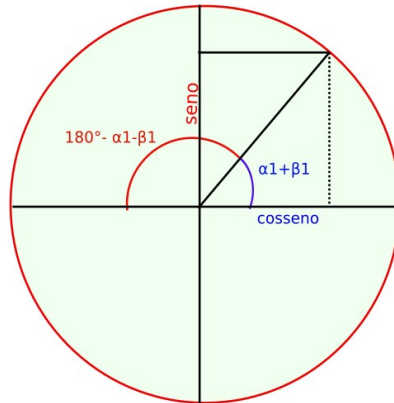


Figura 02 – Senos de ângulos suplementares.

Assim, a equação (1) pode ser reescrita:

$$AP = \frac{AB * \text{sen}(\beta_1)}{\text{sen}(\alpha_1 + \beta_1)} \quad (2)$$

Analogamente temos a seguinte relação para a AQ:

$$\frac{AQ}{\text{sen}(\beta_2)} = \frac{AB}{\text{sen}(w_2)} \rightarrow AQ = \frac{AB * \text{sen}(\beta_2)}{\text{sen}(w_2)} \quad (3)$$

Conforme dito anteriormente $w_2 = 180 - \alpha_2 - \beta_2$ então $\text{sen}(w_2) = \text{Sen}(\alpha_2 + \beta_2)$ e a equação (3) pode ser reescrita:

$$AQ = \frac{AB * \text{sen}(\beta_2)}{\text{sen}(\alpha_2 + \beta_2)} \quad (4)$$

Com os lados AP e AQ , sendo o lado PQ a ser determinado, podemos aplicar a lei dos cossenos no triângulo APQ :

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2 - 2 * AP * AQ * \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (5)$$

Substituindo as equações (2) e (4) em (5):

$$PQ = \sqrt{\left(\frac{AB * \sin(\beta 1)}{\sin(\alpha 1 + \beta 1)}\right)^2 + \left(\frac{AB * \sin(\beta 2)}{\sin(\alpha 2 + \beta 2)}\right)^2} - 2 * \left(\frac{AB * \sin(\beta 1)}{\sin(\alpha 1 + \beta 1)}\right) * \left(\frac{AB * \sin(\beta 2)}{\sin(\alpha 2 + \beta 2)}\right) * (\cos(\alpha 1 + \alpha 2)) \quad (6)$$

Efeito da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

A curvatura da Terra têm influência tanto nas medidas de distâncias horizontais como nas distâncias verticais. Estas influências devem ser equacionadas para que possamos quantificar e verificar em quais situações podem ser desconsideradas.

A Figura 03 mostra as variáveis presentes na influência da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

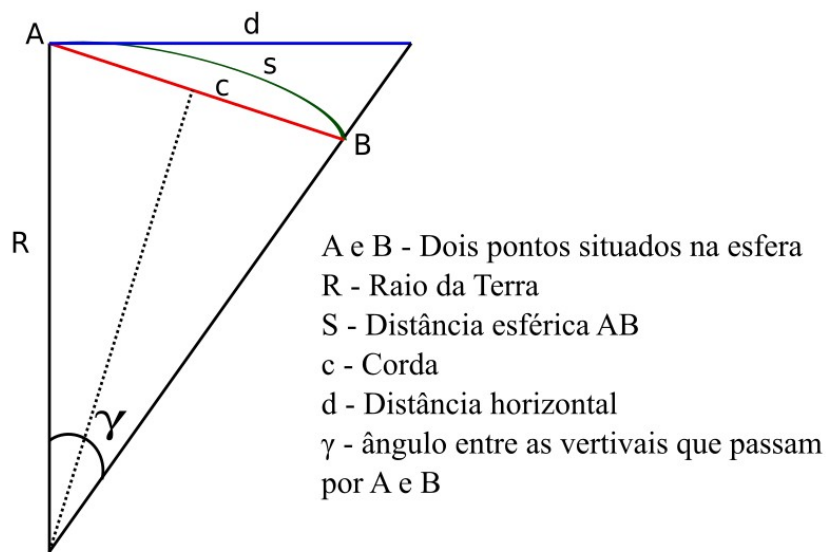


Figura 03 – Efeito da curvatura da Terra nas distâncias horizontais.

De acordo com a Figura 03 temos as seguintes relações:

Para a distância:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{d}{R} \rightarrow d = R * \operatorname{tg}(\gamma) \quad (7)$$

Para o arco:

$$S = R * \gamma \quad \gamma = \frac{S}{R} \quad (8)$$

A diferença entre a distância plana d e a distância esférica S é:

$$d - S = R * \operatorname{tg}(\gamma) - R * (\gamma) \rightarrow d - S = R * (\operatorname{tg}(\gamma) - \gamma) \quad (9)$$

Para simplificar a equação (9) o termo $\operatorname{tg}(\gamma)$ será desenvolvido em série de potência.

$$\operatorname{tg}(\gamma) = \gamma + \frac{\gamma^3}{3} + \frac{2\gamma^5}{15} \dots \quad (10)$$

Na equação (10), os termos a partir do termo $\frac{2\gamma^5}{15}$ podem ser desconsiderados, ou seja, podemos limitar a série a partir do segundo termo, isto não traz prejuízos para os cálculos, pois o ângulo γ é muito pequeno. Assim podemos utilizar a equação (10) limitada no segundo termo na equação e substituí-la na equação (9):

$$d - S = R * \left(\left(\gamma + \frac{\gamma^3}{3} \right) - \gamma \right) \rightarrow d - S = R * \left(\frac{\gamma^3}{3} \right) \quad (11)$$

Substituindo a equação (8) na equação (11) temos:

$$d - S = \left(\frac{R}{3} \right) * \left(\frac{S^3}{R^3} \right) \rightarrow d - S = \frac{S^3}{3 R^2} \quad (12)$$

Para a corda (Figura 04):

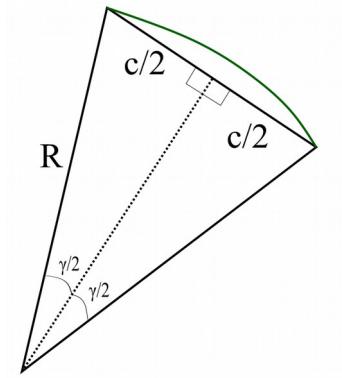


Figura 04 – Corda

$$\text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{c/2}{R} \rightarrow c = 2 * R * \text{sen}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (13)$$

Relação entre a distância na superfície física e no geóide

Uma distância medida na superfície física pode ser determinada na superfície do geóide (e também do elipsóide) e vice-versa a partir de uma relação simples (Figura 05).

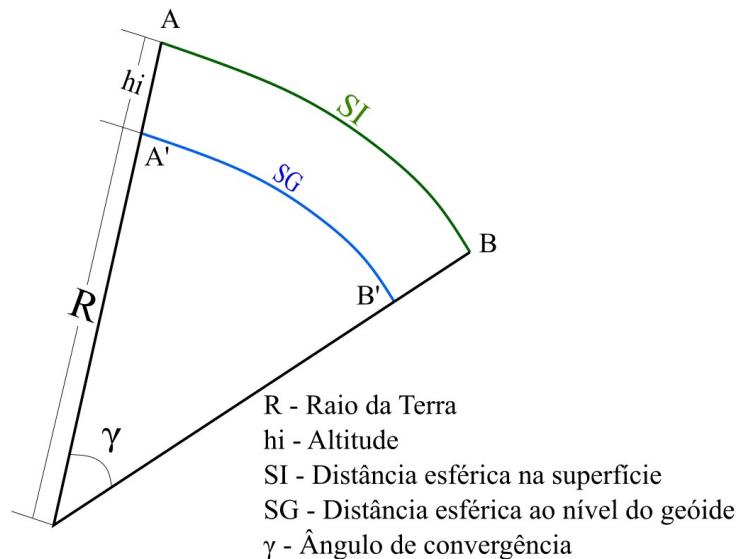


Figura 05 – Relação entre a distância na superfície física e no geóide

Matematicamente temos a seguinte relação:

$$\frac{SG}{SI} = \frac{R}{R+hi} \quad (14)$$

$$SG = \frac{SI * R}{R+hi} \quad (15)$$

$$SI = \frac{SG * (R+hi)}{R} \quad (16)$$

Exercício

1) Determine a diferença entre as distâncias esféricas da tabela e a distância horizontal sabendo que o Raio da Terra é 6370km. Dê a resposta em centímetros.

Efeito curvatura da Terra nas distâncias horizontais.			
Arco (km)	Raio da Terra (km)	d- S (km)	d- S (cm)
1	6370	8,214854593E-09	0,0008214854593
5		1,026856824E-06	0,1026856824121
10		8,214854593E-06	0,8214854592966
15		2,772513425E-05	2,7725134251261
20		6,571883674E-05	6,571883674373
30		0,000221801074	22,180107401009

2) Considere uma distância de 20.000 metros no geóide e determine este arco a uma altitude de 1000 metros

Resposta: 20.003,13 metros

Bibliografia

RODRIGUES, D. D. Topografia: planimetria para engenheiros Agrimensores e Cartógrafos (em desenvolvimento). UFV, 2012. Disponível em http://www.eam.ufv.br/?page_id=384

Leitura complementar

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 05: Ângulos/Rumos/Azimutes	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

ÂNGULOS/RUMOS/AZIMUTES

Conteúdo em vídeo

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=ScUCX0uDDUE&feature=youtu.be>

Parte 2 - https://www.youtube.com/watch?v=nn_BxDUN7ZE&feature=youtu.be

Parte 3 - https://www.youtube.com/watch?v=OE6n_qMsGYo&feature=youtu.be

Parte 4 - <https://www.youtube.com/watch?v=Oc0VTaitOXI&feature=youtu.be>

Introdução.

Esta aula tem como objetivo apresentar as medidas de ângulos horizontal e vertical utilizados na Topografia, orientações, cálculo de rumos e azimutes e convergência meridiana.

Na Topografia deve ser dada atenção especial para as medidas de ângulos, uma vez que esta variável, acompanhada da medida de distância, são a base para todos os cálculos que envolve Topografia.

Unidade de medida de ângulos

Os sistemas utilizados para expressar ângulos são os sistemas sexagesimal, centesimal e radianos.

Sistema sexagesimal

No sistema sexagesimal o círculo é dividido em 360 partes iguais, sendo que cada parte equivale a 1 grau (1°), o grau por sua vez é dividido em 60 partes iguais, sendo que 1°/60 equivale a 1 minuto (1'), por fim, o minuto é dividido em 60 partes onde 1'/60 equivale a 1 segundo (1"). Assim um ângulo é expresso na forma gg°mm'ss". Por exemplo: 36°25'48".

É importante frisar que um ângulo no sistema sexagesimal pode ser expresso em graus, minuto e segundos (gg°mm'ss") e em graus e frações decimais de grau (gg,ddddddd°).

Para transformar um ângulo expresso em graus, minuto e segundos (gg°mm'ss") em graus e frações decimais de grau (g,ddddddd°) realiza-se o seguinte cálculo:

$$g g, dddd = g g^{\circ} + \frac{mm'}{60} + \frac{ss''}{3600} \quad (1)$$

A transformação inversa é dada por:

$$g g^{\circ} mm' ss'' = g g + 0, dddd * 60 = g g^{\circ} + mm, dddd' \quad \rightarrow$$

$$g g^{\circ} mm' + 0, dddd * 3600 = g g^{\circ} mm' ss'' \quad (2)$$

Sistema Centesimal

No sistema centesimal o círculo é dividido em 400 partes iguais, cada parte é chamada 1 *gon* (também conhecido como grado), ou seja, 90° equivale a 100 *gon*. Este sistema é utilizado em alguns países europeus. Para transformar um ângulo expresso em sistema centesimal em sistema sexagesimal, basta multiplicá-lo por 0,9.

Radiano

O radiano é um sistema muito utilizado em cálculos geodésicos. Em algumas plataformas, com o *OCTAVE*, a entrada dos ângulos no cálculo do seno, cosseno e tangente e demais funções trigonométricas deve ser em radianos.

O radiano é um ângulo central inscrito em um círculo, definido por um arco cujo comprimento é igual ao raio deste círculo.

Assim, 1 radiano equivale a:

$$\frac{360^\circ}{2 * \pi} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,30^\circ \quad (3)$$

Para transformar um ângulo em graus decimais para radianos basta multiplicar o ângulo por π e dividir por 180. Já para transformar um ângulo em radianos para graus decimais basta multiplicar este por 180 e dividir para π . A relação é simples:

$$\frac{180}{A^\circ} - \frac{\pi}{A rad} \quad (4)$$

onde A° é o ângulo em graus e $A rad$ é o ângulo em radianos.

Medição de ângulo na topografia

Classificação segundo NBR 13133

Os teodolitos são equipamentos topográficos utilizados na medição de ângulos, eles podem ser analógicos ou eletrônicos. A classificação em função da precisão angular de um teodolito é dada pela NBR 13133.

Tabela 1 - Classificação de teodolitos

Classes de teodolitos	Desvio-padrão precisão angular
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$

Fonte: ABNT NBR 13133 (1994, p.6)

As estações totais também são classificadas de acordo com a NBR 13133.

Tabela 4 - Classificação de estações totais

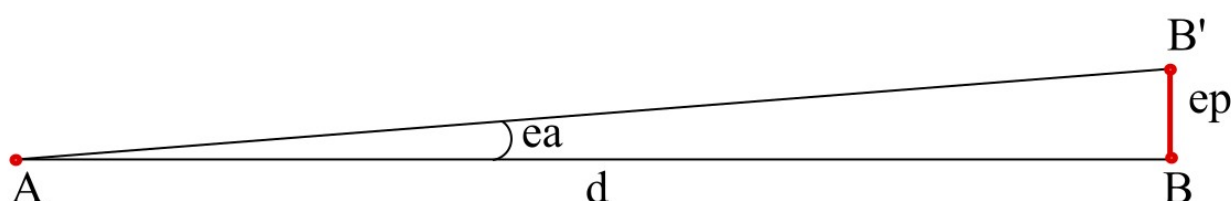
Classes de estações totais	Desvio-padrão Precisão angular	Desvio-padrão Precisão linear
1 - precisão baixa	$\leq \pm 30''$	$\pm (5\text{mm} + 10 \text{ ppm} \times D)$
2 - precisão média	$\leq \pm 07''$	$\pm (5\text{mm} + 5 \text{ ppm} \times D)$
3 - precisão alta	$\leq \pm 02''$	$\pm (3\text{mm} + 3 \text{ ppm} \times D)$

Fonte: ABNT NBR 13133 (1994, p.7)

Erros na medição de ângulos na Topografia.

As medições angulares estão sujeitas a erros grosseiros (erro grosseiro de pontaria, registro incorreto), erro sistemáticos (erros instrumentais) e erros aleatórios causados por uma série de fatores naturais (temperatura, refração, etc), humanos, etc.

Os erros nas medidas angulares possuem uma relação direta com a posição de um ponto, conforme pode ser observado na Figura 01.



ea - erro angular

A - ponto de partida

ep - erro de posição

B - posição correta

d - distância de A para B

B' - posição incorreta

Figura 01 - Relação entre o erro do ângulo e o afastamento da posição de um ponto .

O erro de posição (ep) é expresso por:

$$ep = tg(ea) * (d) \quad (5)$$

Na tabela 01 é mostrada o erro de posição do ponto em função do erro angular para uma distância de 1000 metros. Tabela 01 – Erro de posição de um ponto em função do erro angular.

Erro Angular GMS			Erro Angular em DEG	Erro Angular em radianos	Distância (m)	Erro de posição (m)
°	'	''				
0	1	0	0,016666666666667	0,000290888208666	1000	0,2909
0	5	0	0,083333333333333	0,001454441043329	1000	1,4544
0	0	1	0,000277777777778	4,84813681109536E-06	1000	0,0048
0	0	10	0,002777777777778	4,84813681109536E-05	1000	0,0485
0	0	30	0,008333333333333	0,000145444104333	1000	0,1454

Os dados da Tabela 01, foram determinados em planilha eletrônica, note que o erro angular dado em GMS foi expresso em graus e frações decimais de grau e em seguida em radianos para o cálculo correto da tangente.

Ângulo vertical e ângulo horizontal

Angulo horizontal

O ângulo horizontal medido pelo equipamento topográfico é mostrado na Figura 02.

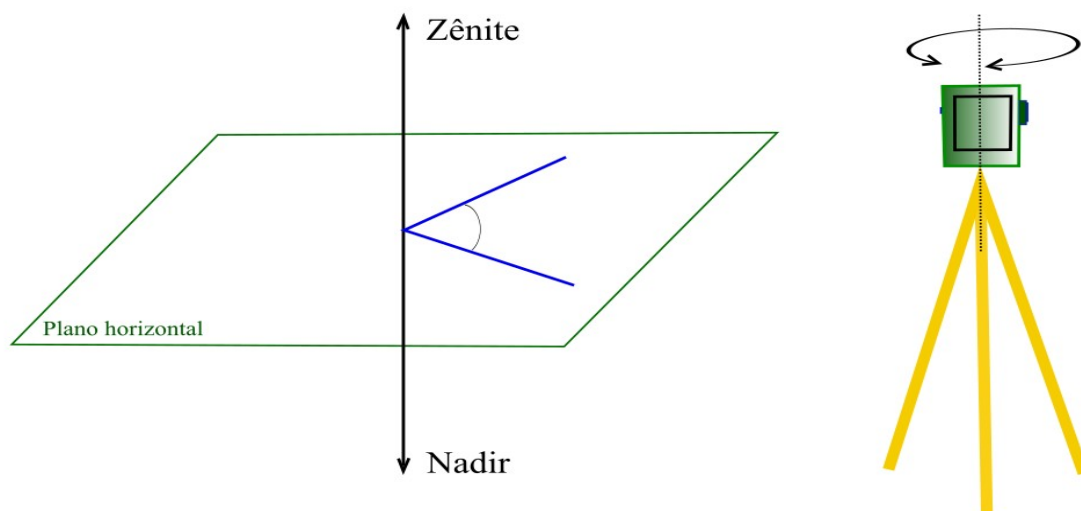


Figura 02 – Ângulo horizontal

Em campo o operador deve ter o cuidado de configurar o equipamento, verificar se o mesmo está medindo ângulo horário e anti-horário, bem como sua orientação.

Ângulo vertical.

Os ângulos verticais podem ser de inclinação ou zenital, conforme ilustra a Figura 03.

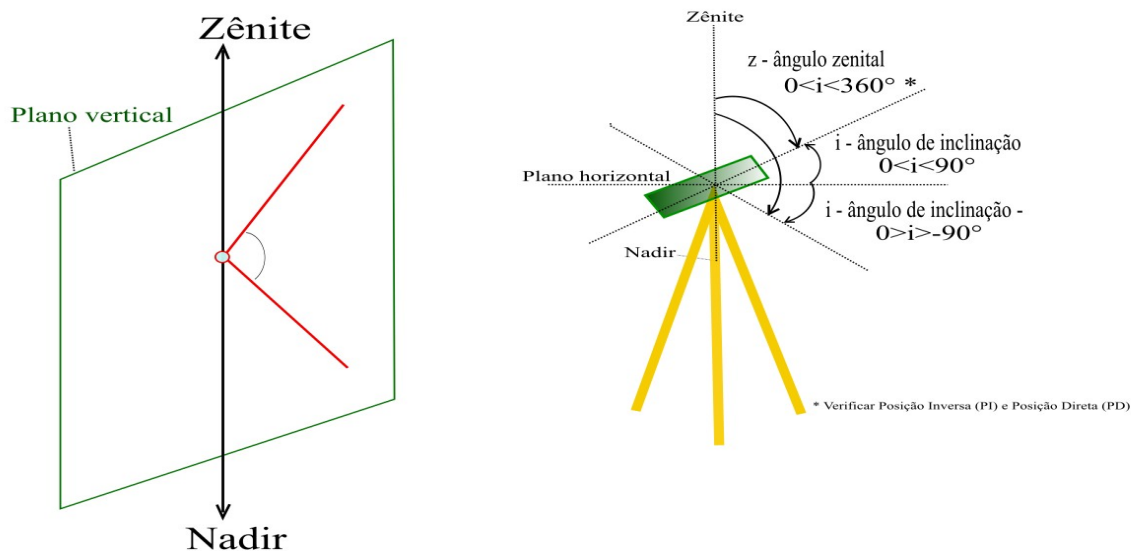


Figura 03 – Ângulo vertical.

Conforme pode ser verificado na Figura 03, o ângulo de inclinação pode ser positivo ou negativo, variando de 0 a 90° acima do plano horizontal e de 0 a -90° abaixo do plano horizontal. O ângulo zenital varia de 0 a 180° quando a luneta está na Posição Direta (PD) e é maior que 180° quando a luneta está na Posição Inversa (PI).

Na Figura 04 ilustra o visor da estação total *Leica TS06* e o registro dos ângulos vertical e horizontal.

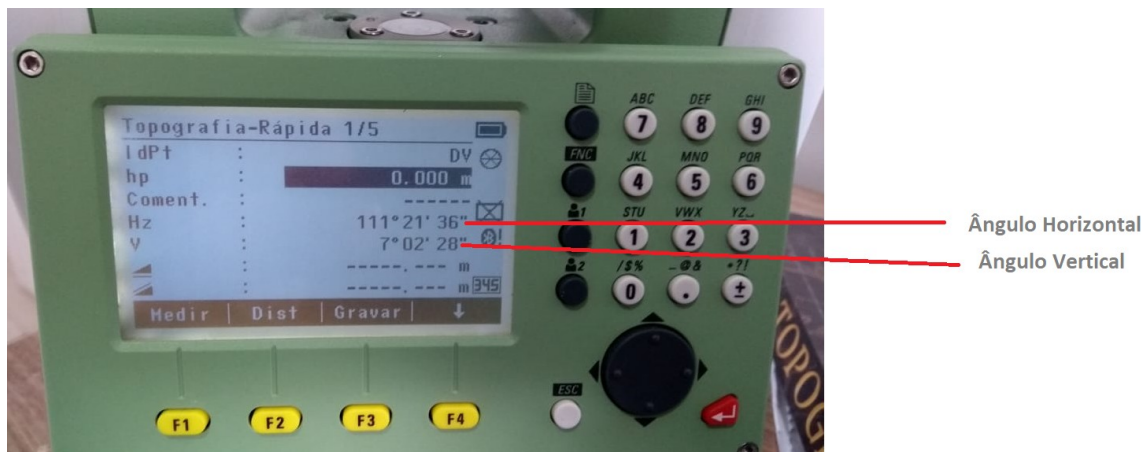


Figura 04 - Visor da estação total *Leica TS 06* e o registro de ângulos no sistema sexagesimal.

Pares conjugados

As leituras dos ângulos podem ser realizadas na Posição Direta (PD) e Posição Inversa (PI). O procedimento de se fazer leituras em PD e PI tem como objetivo corrigir erros, como o erro de verticalidade ao se medir o ângulo vertical.

O procedimento de campo é simples, conforme mostrado no vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=2YYHX4DKK68&feature=youtu.be>

No caso do ângulo horizontal com leitura PD PI, o valor é dado por:

$$HZ = \frac{(HZ_{PD} + HZ_{PI} \pm 180^\circ)}{2} \quad (6)$$

Sendo que:

- Se: $PD > PI \rightarrow +$
- Se $PD < PI \rightarrow -$

O resíduo é dado por:

$$\varepsilon_{HZ} = \frac{(HZ_{PD} - HZ_{PI} - 180)}{2} \text{ ou } \varepsilon_{HZ} = \frac{(HZ_{PI} - HZ_{PD} - 180)}{2} \quad (7)$$

onde HZ_{PD} é a leitura PD e HZ_{PI} é a Leitura PI do ângulo horizontal.

Para o ângulo zenital o valor é dado por:

$$Z = \frac{(360 + Z_{PD} - Z_{PI})}{2} \quad (8)$$

O resíduo é dado por:

$$\varepsilon_Z = \frac{(360 - (Z_{PD} + Z_{PI}))}{2} \quad (9)$$

Por fim:

$$Z = Z_{PD} + \varepsilon \quad (10)$$

onde Z_{PD} é a leitura PD e Z_{PI} é a leitura PI do ângulo zenital.

A relação entre PD e PI para os ângulos horizontal e vertical é $HZPD - HZPI = 180^\circ$
 $ZPD + ZPI = 360^\circ$, respectivamente.

Método de Bessel ou da reiteração

O método de Bessel consiste em medir um ângulo com leituras independentes várias vezes, tornando origens diferentes no círculo graduado do limbo (COMASTRI, 1992). Este método é um dos processos de medição do ângulo com precisão, mitigando os erros de graduação do limbo.

Medidas com repetição

O método de medidas por repetição baseia-se na realização de várias leituras, o procedimento completo é detalhado em VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L, 2012. Página 87.

Orientação

A direção de uma linha em Topografia é descrita por um ângulo horizontal (rumo ou azimuth), cuja referência é um meridiano (MCCORMAC, 2010).

Nesta nota de aula serão vistos o meridiano verdadeiro e o meridiano magnético.

Meridiano verdadeiro.

O meridiano verdadeiro, também chamado de meridiano astronômico ou geográfico é baseado no eixo de rotação da Terra e pode ser obtido por observações astronômicas. Assim, são definidos o polo norte verdadeiro, o polo sul verdadeiro e o referido meridiano, conforme ilustra a Figura 05.

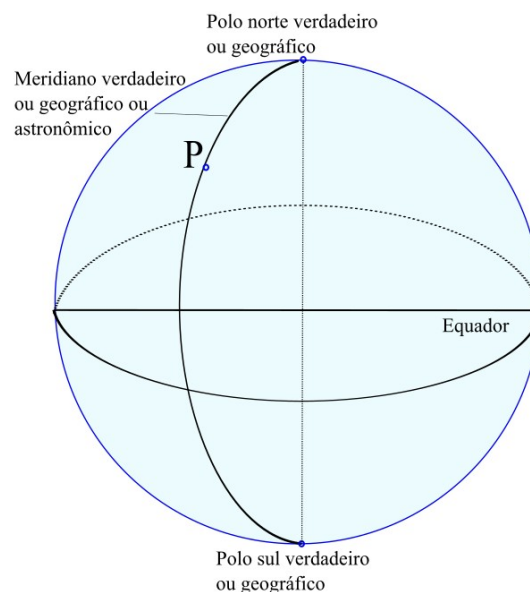


Figura 05 – Meridiano Verdadeiro

Meridiano magnético

O meridiano magnético é a direção indicada por uma bússola, sendo que sua ponta imantada aponta para o norte magnético (Figura 06).

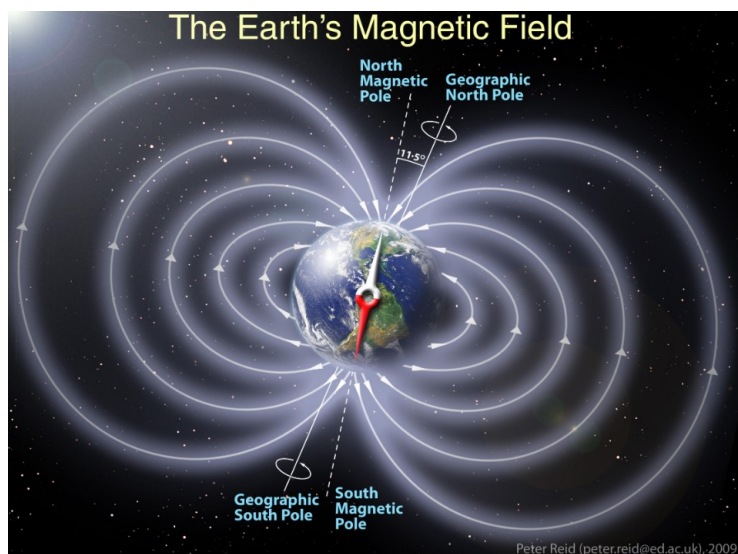


Figura 06 – Campo magnético da Terra

Fonte: https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/gallery/Earths-magneticfieldlines-dipole.html

Na figura 06 observamos que há uma diferença entre o norte magnético e o norte verdadeiro. O norte magnético varia com o tempo, diferentemente do norte verdadeiro. Deste modo o norte verdadeiro deve ser usado na orientação dos levantamentos topográficos.

Norte verdadeiro, geodésico e magnético.

A Tabela 02 sintetiza as definições de norte verdadeiro, geodésico e magnético.

Tabela 02 – Definições de norte verdadeiro, geodésico e magnético

Nome	Definição
Norte Verdadeiro	Leva em consideração a direção da gravidade e p eixo de rotação da Terra. É determinado pela observação dos astros (sol, estrelas).
Norte Geodésico.	Direção determinada a partir de uma aproximação matemática do formato da Terra. O norte geodésico é próximo ao norte verdadeiro, de acordo com MCCORMAC, 2010 a diferença pode ser de 20'' de arco em algumas regiões dos USA.
Norte Magnético	Indicado por uma bússola.

Declinação magnética

Declinação magnética é a diferença entre o norte verdadeiro e o norte magnético, seu valor pode ser positivo ou negativo e varia com o tempo e a posição geográfica. (Figura 07).

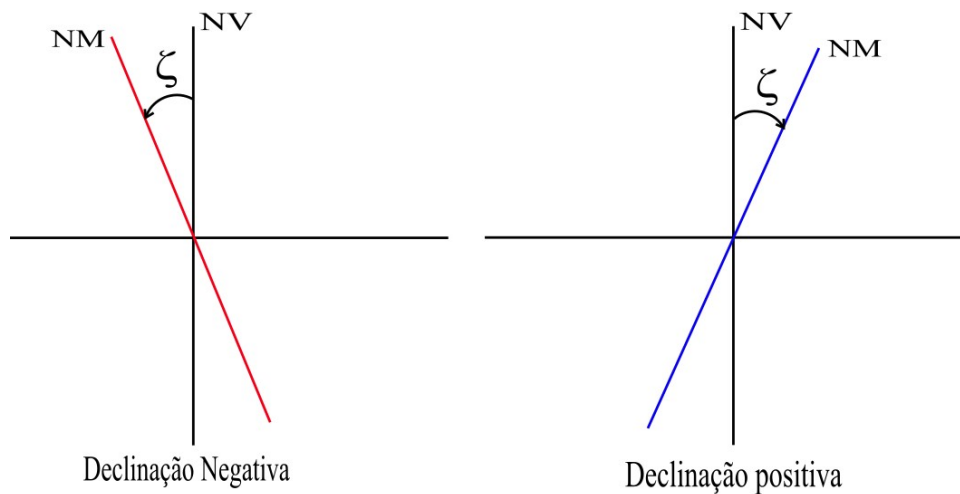


Figura 07 – Declinação magnética negativa (esquerda) e declinação magnética positiva (direita)

Matematicamente podemos definir a declinação magnética como:

$$\zeta = Az^{\text{verdadeiro}} - Az^{\text{magnético}} \quad (11)$$

Transformação de norte magnético em norte verdadeiro

Como dito anteriormente, as plantas topográficas devem estar orientadas no norte verdadeiro, assim, caso o azimuth ou rumo esteja orientado no meridiano magnético deve se proceder a transformação destes elementos ora orientados no meridiano magnético para o meridiano verdadeiro.

A transformação é dada por:

$$Az_v = Az_m + \zeta \quad (12)$$

onde Az_v é o azimuth verdadeiro, Az_m é o azimuth magnético e ζ é a declinação magnética que pode ser positiva quando o polo magnético estiver a leste, ou negativa, quando o polo magnético estiver a oeste.

O valor da declinação magnética pode ser encontrada no site:

www.ngdc.noaa.gov/geomag-web

Para se determinar a declinação magnética no *site* especificado basta entrar com a latitude e longitude do ponto ou com o nome da cidade. A Figura 08 mostra a declinação magnética de um ponto no município de Pontal do Paraná-PR obtida através do referido *site*.

No caso especificado na Figura 08 a declinação é negativa e a correção é expressa por:

$$Az_v = Az_m + (-\zeta) \quad (13)$$

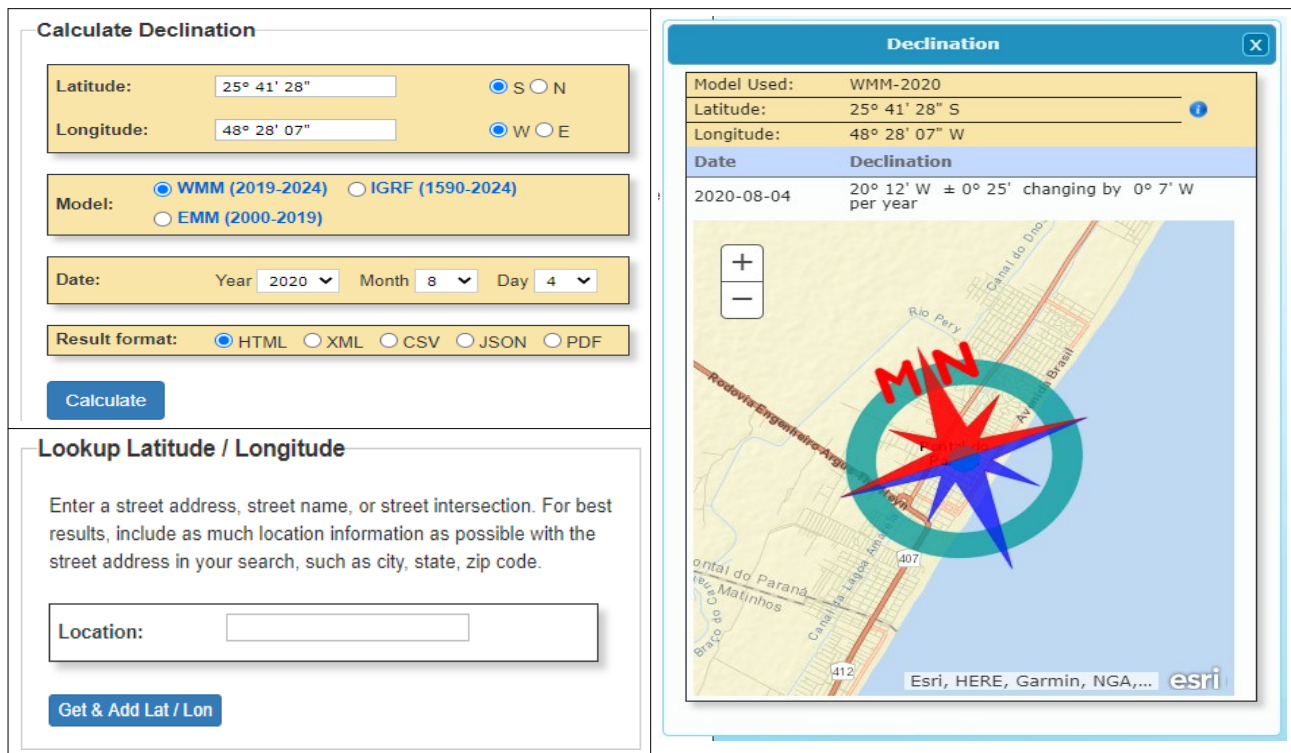


Figura 08 – Declinação magnética de um ponto no município de Pontal do Paraná-PR
(Fonte: www.ngdc.noaa.gov/geomag-web)

Também é possível obter o valor da declinação magnética por mapas isogônicos que apresentam linhas com mesma declinação magnética ou mapas isopóricos que trazem linhas de mesma variação da declinação magnética.

Azimuthes e Rumos

Azimuth de um alinhamento

Azimuth de um alinhamento é definido como o ângulo horário entre o meridiano de referência para o alinhamento em questão. O azimuth varia de 0° a 360° (Figura 09)

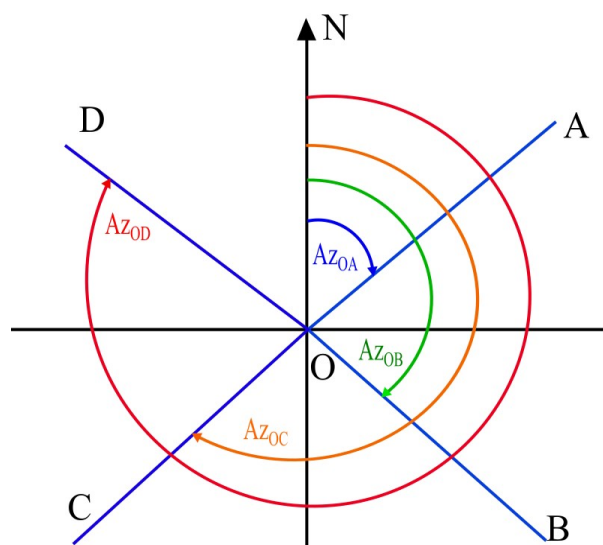


Figura 09 – Azimuthes

Rumo

É o ângulo menor que o alinhamento faz com o meridiano, varia de 0° a 90° com origem no meridiano (Figura 10). Deve ser indicado o quadrante do rumo.

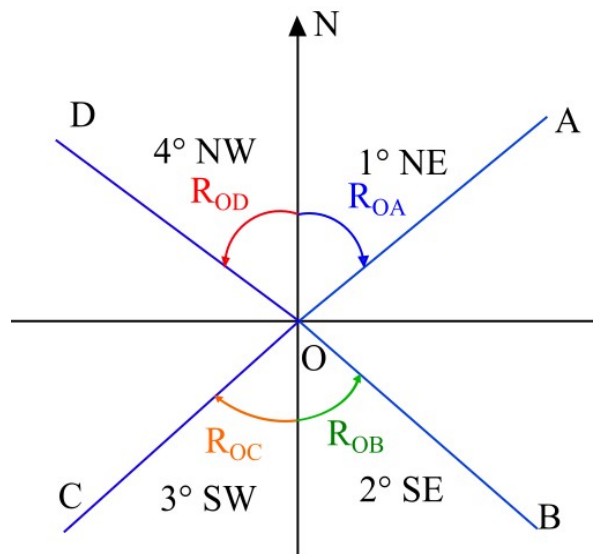


Figura 10- Rumos

Relação Rumo Azimute

Em alguns casos os memoriais descritivos (descrição dos limites de um terreno) estão em rumos. Quando se trabalha em CAD (*Computer Aided Design*) é conveniente trabalhar com azimutes, pois na orientação por azimute não há a necessidade de indicação de quadrante. A relação entre Rumo e azimute é mostrada na Figura 11.

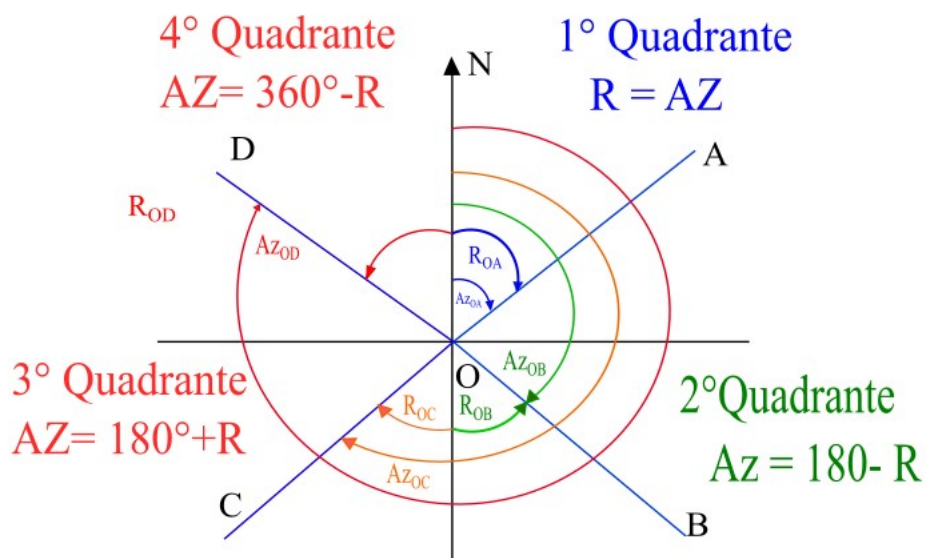


Figura 11 – Relação entre rumos e azimutes.

Convergência Meridiana

Convergência meridiana (γ) é a diferença de orientação entre o reticulado utilizado na projeção UTM (grade como referência do norte), chamado Norte de Quadrícula (NQ) e o meridiano que define o Norte Geográfico (NG). Esta diferença ocorre devido as linhas UTM não apontarem exatamente para o norte. A Figura 12 ilustra a relação entre o NG e o NQ nos 4 quadrantes.

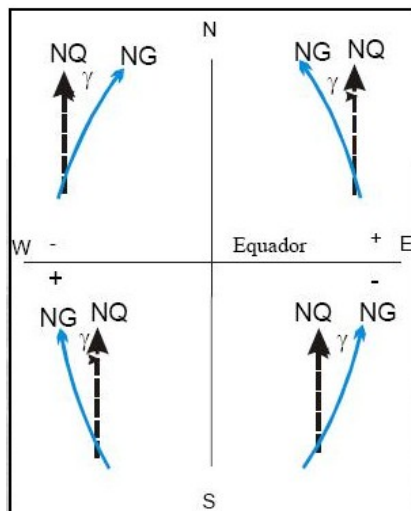


Figura 12 – Convergência meridiana

(Fonte: https://www.ufrgs.br/lageo/calculos/converg_exp.html)

Calculo de azimutes.

No levantamento topográfico o azimute é determinado (por bússola) na primeira estação (ponto onde se estaciona o equipamento pela primeira vez), nas demais estações o mesmo deve ser calculado a partir dos ângulos horizontais medidos.

No calculo de azimutes deve-se levar em consideração se o equipamento está medindo o ângulo horário ou anti-horário. Considerando que a poligonal pode ser percorrida no sentido horário e anti-horário, temos 4 casos:

- Ângulo horário e caminhamento horário;
- Ângulo horário e caminhamento anti-horário;
- Ângulo anti-horário e caminhamento horário;
- Ângulo anti-horário e caminhamento anti-horário;

A seguir será feito uma análise de cada caso para verificarmos como o sentido do caminhamento da poligonal e o sentido do ângulo interfere no cálculo do azimute.

Ângulo horário e caminhamento horário

Equipamento medindo ângulo horário e o caminhamento na poligonal no sentido horário (Figura 13).

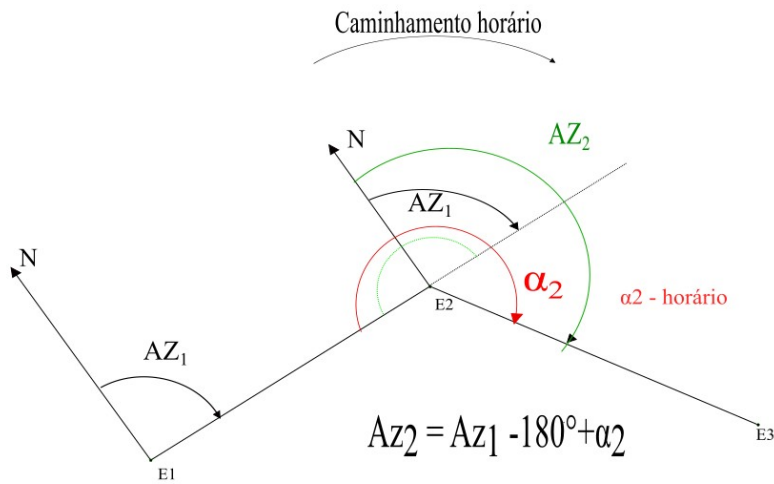


Figura 13 – Cálculo de Azimute no caso de caminamento horário e ângulo horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (14)$$

onde α_2 é o ângulo horário medido pelo equipamento.

Ângulo horário e caminamento anti-horário

Equipamento medindo ângulo horário e o caminamento na poligonal no sentido anti-horário (Figura 14).

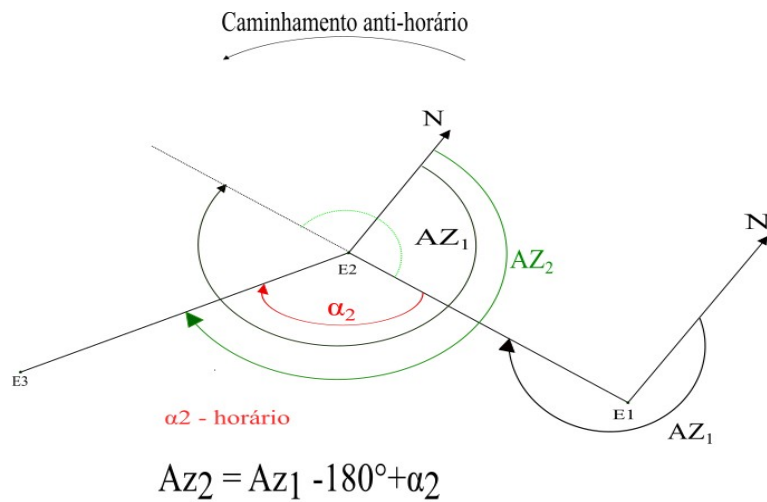


Figura 14 – Cálculo de Azimute no caso de caminamento anti-horário e ângulo horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (15)$$

onde α_2 é o ângulo horário medido pelo equipamento.

Ângulo anti-horário e caminhamento horário

Equipamento medindo ângulo anti-horário e o caminhamento na poligonal no sentido horário (Figura 15).

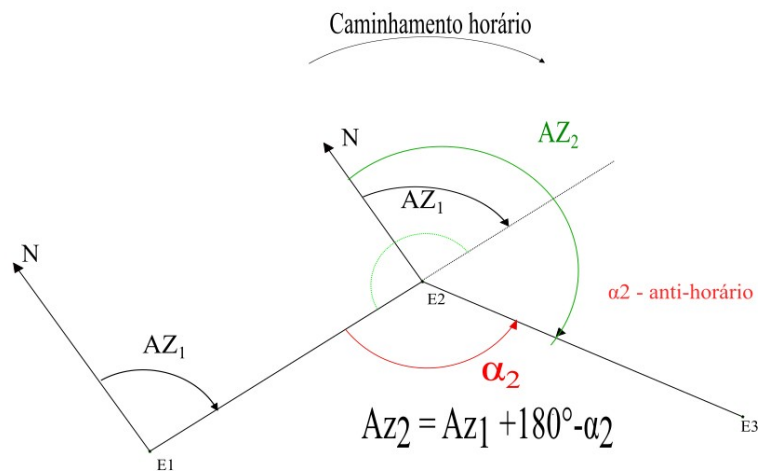


Figura 15 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento horário e ângulo anti-horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (16)$$

onde α_2 é o ângulo anti-horário medido pelo equipamento.

Ângulo anti-horário e caminhamento anti-horário

Equipamento medindo ângulo anti-horário e o caminhamento na poligonal no sentido anti-horário (Figura 16).

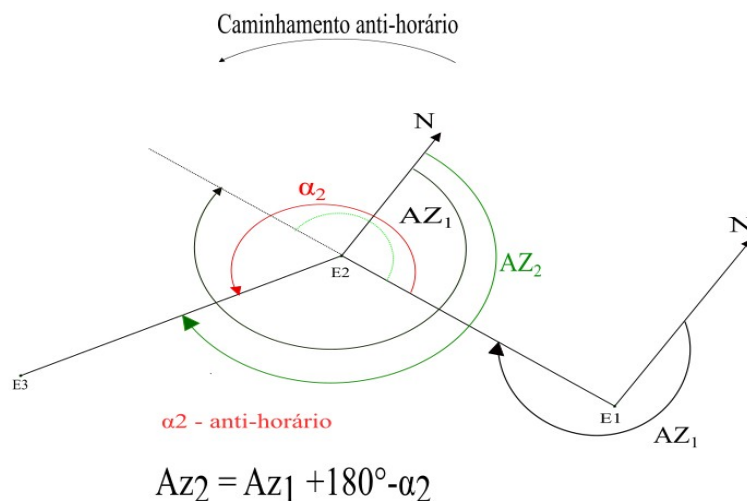


Figura 16 – Cálculo de Azimute no caso de caminhamento anti-horário e ângulo anti-horário.

A fórmula geral para este caso é:

$$Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (17)$$

onde α_2 é o ângulo anti-horário medido pelo equipamento.

A partir das análises apresentadas podemos concluir que a equação utilizada no cálculo do azimuth muda com o tipo de ângulo horizontal medido e independe do caminhar da poligonal, assim:

- Se α é horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i$;
- Se α é anti-horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i$.

Devemos somar ou subtrair 360° nos seguintes casos:

- Se $Az > 360^\circ \rightarrow$ Subtrair 360°
- Se $Az < 0^\circ \rightarrow$ Somar 360°

Deflexão

Para se determinar a deflexão faz-se 180° com a RÉ determinando assim uma direção, neste caso a origem da graduação é o prolongamento desta direção (Figura 17).

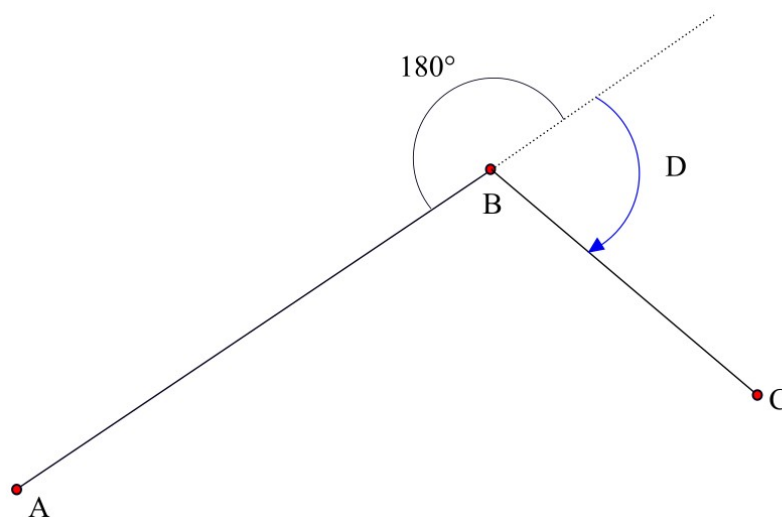


Figura 17 – Deflexão.

A Deflexão pode ser positiva ou negativa:

- Se leitura a direita $\rightarrow D$ positiva
- Se leitura a esquerda $\rightarrow D$ negativa

A deflexão varia de 0° a 180° .

Exercícios

1) Um agrimensor mediu uma poligonal fechada conforme os dados da tabela abaixo. Sabendo que os ângulos medidos foram horários, que a RÉ é o ponto onde se zera o equipamento para medir o ângulo (ponto anterior a estação em que se encontra o equipamento) e a VANTE é o ponto posterior visado, faça:

- Expresse os ângulos em graus e frações de graus decimais (DEG).
- Calcule os azimutes em graus e frações de graus decimais.
- Expresse os azimutes em $gg^\circ mm' ss''$ (GMS);
- Calcule os rumos a partir dos azimutes calculados.

Dados

Azimute de F para G =120					
Ré	Estaca	Vante	°	'	''
E	F	G	109	30	20
F	G	H	181	38	15
G	H	A	95	53	40
H	A	B	86	56	45
A	B	C	199	39	15
B	C	D	44	48	10
C	D	E	201	27	50
D	E	F	160	9	20

Resposta:

Azimute de F para G =120											
Ré	Estaca	Vante	°	'	''	Ângulo em DEG	Azimute em DEG	Azimute em GMS	Rumos DEG	Rumo em GMS	
E	F	G	109	30	20	109,505555555556	120	120	60	60 SE	
F	G	H	181	38	15	181,6375	121,6375	121,3815	58,3625	58,2145 SE	
G	H	A	95	53	40	95,8944444444444	37,5319444444444	37,3155	37,5319444444445	37,3155 NE	
H	A	B	86	56	45	86,9458333333333	304,477777777778	304,284	55,5222222222222	55,312 NW	
A	B	C	199	39	15	199,654166666667	324,131944444444	324,0755	35,8680555555556	35,5205 NW	
B	C	D	44	48	10	44,8027777777778	188,934722222222	188,5605	8,9347222222223	8,5605 SW	
C	D	E	201	27	50	201,463888888889	210,398611111111	210,2355	30,3986111111111	30,2355 SW	
D	E	F	160	9	20	160,155555555556	190,554166666667	190,3315	10,5541666666667	10,3315 SW	

Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

COMASTRI J. A. Topografia: planimetria. 2. ed Viçosa: Impr. Universitária, UFV; 1992. .

MCCORMAC, J. Topografia. 5º Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro , 2010

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

Sites

www.ngdc.noaa.gov/geomag-web

https://www.ufrgs.br/lageo/calculos/converg_exp.html

https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/news/gallery/Earths-magneticfieldlines-dipole.html

<https://www.youtube.com/watch?v=2YYHX4DKK68&feature=youtu.be>

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 06: Introdução à teoria dos erros	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

INTRODUÇÃO À TEORIA DOS ERROS

Conteúdo em vídeos

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=I2ptgXkbbkVc&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=tdRlKnOHZyo&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=ILlFjfNdxWs&feature=youtu.be>

Parte 4 - <https://www.youtube.com/watch?v=QmRlRfhjbo&feature=youtu.be>

Introdução.

Na topografia trabalha-se com medições, cujos valores exatos não podem ser determinados, pois pode-se dizer que os erros são inerentes às medidas, ou seja, admite-se que as observações estão sujeitas a variações aleatórias. Assim, é necessário que estes erros tenham um tratamento matemático adequado alicerçado em ferramentas estatísticas.

Nesta aula será feita uma breve revisão de conceitos estatísticos fundamentais, entretanto recomenda-se que o leitor faça uma revisão mais aprofundada em tópicos como probabilidade, distribuição normal, média, desvio padrão, variância, covariância e lei de propagação dos erros. Também será estudado o conceito de precisão e exatidão, erros grosseiros aleatórios e sistemáticos e noção de propagação de erros e propagação de variâncias.

No campo da Topografia e Geodésia trabalha-se com o ajustamento de observações, que é um ramo da matemática aplicada que, segundo DALMOLIN & SANTOS, 2014 tem por objetivo “*a obtenção de solução única para problemas onde o número de observações é superabundante e o sistema de equações lineares é inconsistente*” (neste caso o sistema apresenta mais equações que o número de incógnitas). Para aprofundar no tema Ajustamento de Observações recomenda-se a leitura do livro: *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas* de autoria de Camil Gemaél.

Exatidão e precisão

Qual a diferença entre exatidão e precisão ?

- Exatidão ou acurácia – Denota o quanto uma determinada medida está próximo de um valor verdadeiro;
- Precisão - É o grau de refinamento em que uma quantidade é medida. Por exemplo, quando medimos “*n*” vezes uma quantidade e os valores medidos são próximos, temos boa precisão, ou seja, o quanto uma medida está próximo da média.

Nota-se que o fato de uma medida ser precisa, não necessariamente significa que esta é exata.

Na Figura 01 podemos entender claramente a diferença entre precisão e acurácia ou exatidão.

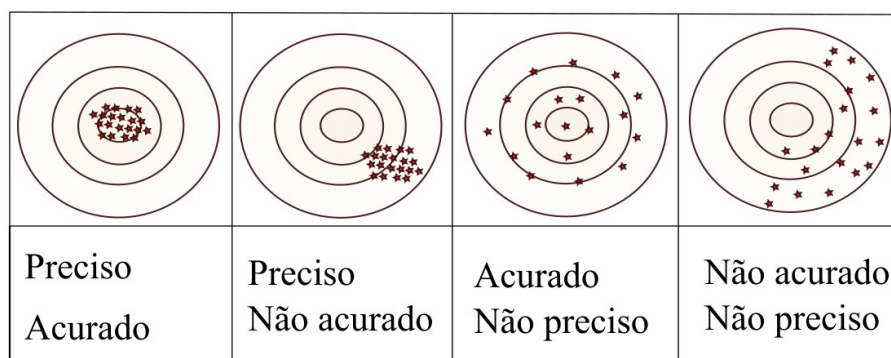


Figura 01 – Diferença entre acurácia e precisão.

No caso da Topografia e Geodésia busca-se boa precisão e boa acurácia nas medições, ou seja, busca-se minimizar nas medidas os efeitos aleatórios ou a dispersão em torno da média e o grau de afastamento em relação ao valor verdadeiro.

Erros Grosseiros, aleatórios e sistemáticos.

Erro grosseiro

O erro grosseiro pode ocorrer em um erro de leitura accidental ou uma anotação errada. Geralmente os valores com erros grosseiros destoam-se muito dos demais e são identificados com mais facilidade.

Erro Sistemático

O erro sistemático se repete em condições constantes. Estes erros causam um efeito acumulativo nas observações. Eles podem ser causados por equipamentos descalibrados. Um exemplo prático que causa um erro sistemático é a utilização de uma trena mais curta ou mais longa do que consta em sua graduação.

Outro exemplo é o erro de paralaxe na leitura de um instrumento analógico causado pelo não alinhamento entre o olho do operador, indicador da leitura e escala do instrumento (VUOLO, 1992).

Erro Aleatório

Os erros aleatórios podem ser causado por vários fatores oriundos das imperfeições humanas, instrumentais e ambientais. Podemos exemplificar como fonte de erros aleatórios a estimativa na leitura de uma régua, centragem do equipamento no ponto, inclinação da baliza, lente que dificulta a leitura e até mesmo condições ambientais como a reverberação que dificulta muito a leitura de réguas topográficas em campo.

Estes erros podem ser tratados estatisticamente.

A Figura 02 exemplifica como que em uma leitura de régua pode ocorrer o erro aleatório. Ao realizar a leitura do fio médio neste caso, qual é a leitura correta? Se perguntássemos para 10 pessoas teríamos respostas como: 1.11 m, 1.12 m, 1.13 m... Para se trabalhar esta incerteza podemos utilizar a média das “*n*” leituras que é o valor mais provável.

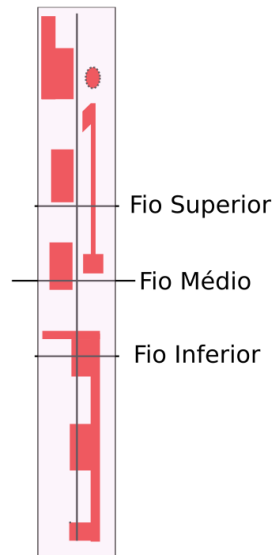


Figura 02 – Exemplo de erro aleatório.

Conceitos básicos de estatística

Neste tópico vamos rever apenas conceitos básicos de estatística que serão usados na lei de propagação de covariâncias.

Esperança matemática de uma variável aleatória

Podemos definir esperança matemática como o valor médio ou valor esperado. Considerando uma variável aleatória discreta define-se esperança matemática (E) como:

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^n x_i * p(x_i) \quad (1)$$

A expressão (1) é uma média aritmética ponderada, onde x é uma variável aleatória discreta e $p(x_i)$

Variância

A variância (VAR) é uma medida que define o grau de dispersão ou de concentração de probabilidade em torno da média. Matematicamente a variância pode ser expressa por (MORETTIN, 2010):

$$\sigma^2 = VAR(x) = E\left((X - E(x))^2\right) \quad (2)$$

Desenvolvendo a expressão (2) resulta:

$$VAR(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \quad (3)$$

Desvio Padrão

O desvio padrão (σ) é expresso por:

$$\sigma = \sqrt{VAR(x)} \quad (4)$$

Covariância

A covariância exprime o grau de dependência entre duas variáveis x e y . Matematicamente a covariância é expressa por:

$$\sigma_{xy} = COV(x, y) = E((x - E(x)) * (y - E(y))) \quad (5)$$

Quando as componentes x e y são estatisticamente independentes a covariância σ_{xy} é nula (GEMAEL, 2015).

Erro padrão da média

O erro padrão da média é dado por:

$$\sigma_m = \frac{\bar{x} \sigma}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

onde n é uma amostra de uma população.

Demais tópicos importantes a serem pesquisados

É importante que o leitor faça uma revisão de conceitos importantes de estatística, assim sugere-se alguns tópicos e sugestões de materiais para consultas:

1. Curva de probabilidade – Pág. 18 do livro: MCCORMAC, J. Topografia. 5º Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro, 2010;
2. Probabilidade e inferência – Livro: MORETTIN, L. G. - Estatística básica: probabilidade e inferência, volume único. São Paulo: Pearson; c2010;
3. Ajustamento – Livro: GEMAEL C. Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas. 2.ed. Curitiba: ED.UFPR; 2015;
4. Teoria dos Erros – Livro: VUOLO J. H. Fundamentos da teoria de erros. São Paulo: Blucher; 1992.

Também recomenda-se utilizar plataformas digitais:

<https://pt.khanacademy.org/math/statistics-probability>

<https://pt.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library>

Propagação de erros

Na topografia as grandezas medidas em campo são usadas para se determinar outras grandezas, como os ângulos e as distâncias medidas em campo, usados no cálculo de coordenadas. Neste caso temos que entender como os erros nas medidas se propagam para as grandezas calculadas.

Para entendermos a relação entre o erro das medidas e das grandezas calculadas serão apresentados o caso da função linear, da função não linear (caso da parábola) e a solução em casos de outras funções não lineares. Este estudo da propagação dos erros são detalhados em MIKHAIL & GRACIE, 1981

Função linear

A Figura 03 mostra a relação, no caso de uma função linear, entre a medida e a grandeza a ser calculada.

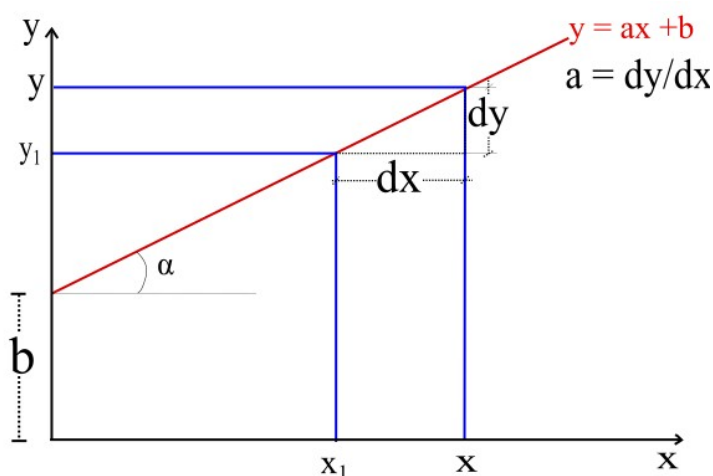


Figura 03 – Propagação de erro, caso da função linear.

(Fonte: Adaptada de MIKHAIL & GRACIE, 1981)

Na figura 03 temos as seguintes grandezas:

- x_1 – Valor medido;
- x – Valor verdadeiro;
- y_1 – Valor calculado em função da medida x_1 ;
- y – Valor calculado em função da medida x ;
- dx – Erro do valor medido ($x - x_1$);
- dy – Erro do valor calculado ($y - y_1$);

Uma função linear é definida matematicamente por :

$$y = ax + b$$

(7)

e a inclinação (α) da reta é dada por:

$$a = \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{dy}{dx} \quad (8)$$

também podem encontrar o valor de a derivando a equação (7):

$$a = \frac{\partial y}{\partial x} \quad (9)$$

igualando a equação (8) e (9) temos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\partial y}{\partial x} \rightarrow dy = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) * dx \quad (10)$$

ou seja, a equação (10) é o erro da grandeza calculada em função do erro de grandeza medida.

Função não linear – caso da parábola.

No caso da parábola temos as seguintes relações (Figura 04).

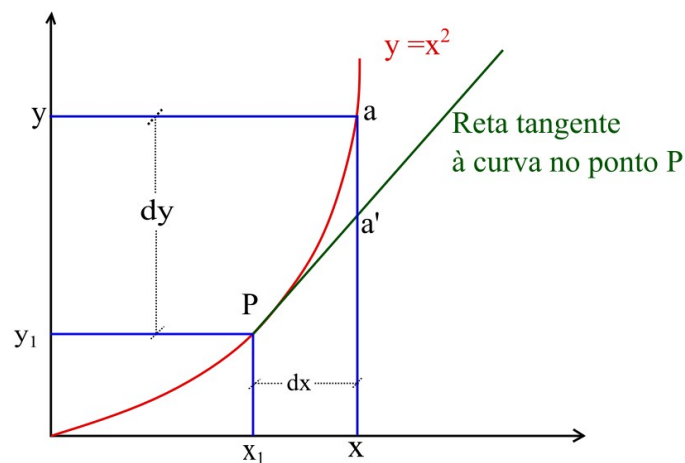


Figura 04– Propagação de erro, caso da parábola.
(Fonte: Adaptada de MIKHAIL & GRACIE, 1981)

Na Figura 04 temos as seguintes grandezas:

- x_1 – Valor medido;
- x – Valor verdadeiro;
- y_1 – Valor calculado em função da medida x_1 ;
- y – Valor calculado em função da medida x ;
- dx – Erro do valor medido ($x - x_1$);
- dy – Erro do valor calculado ($y - y_1$);
- Ponto P – Ponto de tangência.

A parábola da Figura 04 é definida por, considerando o valor medido e o valor verdadeiro:

$$y = x^2 \quad y_1 = x_1^2 \quad (11)$$

Também temos as seguintes relações:

$$x = x_1 + dx \quad (12)$$

$$y = y_1 + dy \quad (13)$$

Substituindo a equação (12) na equação (11):

$$y = (x_1 + dx)^2 \quad (14)$$

Desenvolvendo a equação (14) e substituindo a equação (11) :

$$y_1 + dy = x_1^2 + 2 x_1 dx + dx^2 \text{ mas } y_1 = x_1^2, \text{ então:}$$

$$x_1^2 + dy = x_1^2 + 2 x_1 dx + dx^2 \rightarrow dy = 2 x_1 dx + dx^2 \quad (15)$$

Entretanto a derivada da equação $y_1 = x_1^2$ é:

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} = 2 x_1 \quad (16)$$

Substituindo a equação (16) na equação (15):

$$dy = \frac{\partial y_1}{\partial x} dx + dx^2 \quad (17)$$

Geralmente, na equação (17) o termo dx^2 pode ser desprezado por ser muito pequeno.

Funções não lineares – linearização

Anteriormente foi demonstrado a propagação do erro nos casos de funções lineares, onde não houve nenhuma aproximação.

No caso da função definida por uma parábola ($y=x^2$) o termo dx^2 pode ser desprezado, neste caso temos uma aproximação na determinação do erro da grandeza calculada.

De acordo com MIKHAIL & GRACIE, 1981 há uma alternativa quando se trata de outras funções não lineares que é a linearização da função. Após esta linearização aplica-se a lei de propagação na forma linearizada da função original. A base para a linearização de uma função é a expansão em série de Taylor.

Considerando a Figura 05 e sendo $y = f(t)$, quando $t=x$ e $x=a$, a forma linearizada é dada por:

$$f(x) = f(a) + f'(a) * \left(\frac{x-a}{1!} \right) + f''(a) * \left(\frac{(x-a)^2}{2!} \right) + \dots \quad (18)$$

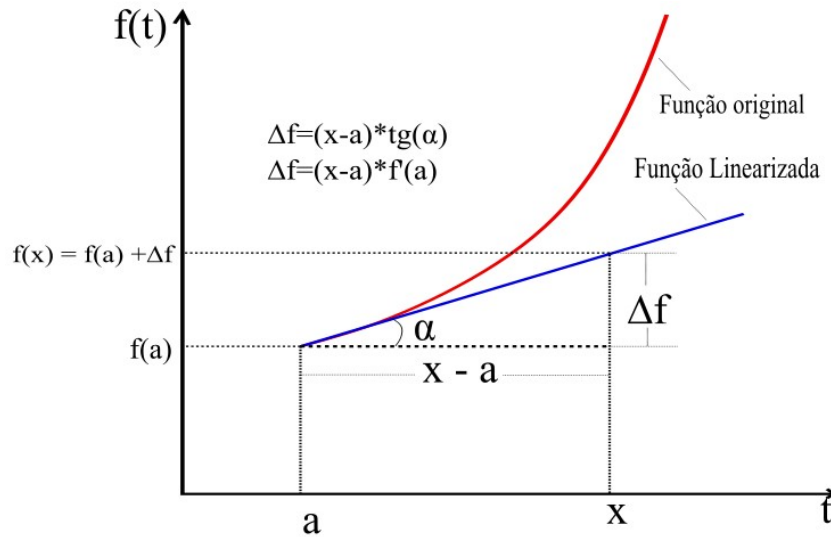


Figura 05 – Linearização de uma função
(fonte : adaptada de GEMAEL, 2015)

Na prática, para valores de x próximos de a as potências igual e superiores à segunda ordem podem ser negligenciadas, ou seja, nas proximidades de a , a curva da função original pode se substituída por uma reta (GEMAEL, 2015).

Através da Figura 05 verifica-se facilmente que:

$$tg(\alpha) = \frac{\Delta f}{x-a} \rightarrow \Delta f = tg(\alpha) * (x-a) \quad (19)$$

mas $tg(\alpha) = f'(a)$ é o coeficiente angular da reta em $x=a$, então:

$$\Delta f = f'(a) * (x-a) \quad (20)$$

Como:

$$f(x) = f(a) + \Delta f \text{ temos que}$$

$$f(x) = f(a) + f'(a) * (x-a) \quad (21)$$

Podemos observar que a equação (21) equivale a equação (18) negligenciando as potências igual e superiores à segunda ordem.

A Matriz Variância-Covariância (MCV)

A Matriz Variância-Covariância (MVC) exprime a covariância entre n variáveis. Matematicamente a MVC (Σ_{xy}) é expressa por:

$$\Sigma_X = \begin{vmatrix} \sigma_{x1}^2 & \sigma_{x1x2} & \dots & \sigma_{x1xn} \\ \sigma_{x2x1} & \sigma_{x2}^2 & \dots & \sigma_{x2xn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{xmx1} & \sigma_{xmx2} & \dots & \sigma_{xnx}^2 \end{vmatrix} \quad (22)$$

Como pode ser observado a MVC é uma matriz quadrada, simétrica, onde as variâncias estão na diagonal e as covariâncias são os demais termos. É importante lembrarmos que a variância é um caso particular da covariância, no caso das componentes do vetor x serem independentes entre si, temos que $\sigma_{xixj}=0$ e a matriz Σ_{xy} torna-se matriz diagonal (GEMAEL, 2015).

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} \sigma_{x1}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{x2}^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{xn}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Lei da propagação de covariâncias

A lei da propagação de covariância permite obter a Matriz Variância Covariância (MVC) da variável dependente y em função da MVC da variável x .

Aplicando o operador $E\{\}$ em uma função $y = Ax + C$ temos:

$$\begin{aligned} E(y) &= E(Ax + C) \\ E(y) &= E(Ax) + E(C) \\ E(y) &= AE(x) + (C) = \mu \end{aligned} \quad (24)$$

A MVC para y é definida (GEMAEL, 2015):

$$\Sigma_y = E\{(y - \mu) * (y - \mu)^t\} \quad (25)$$

Podemos verificar que, caso de termos um vetor coluna para $y - \mu_y$, a covariância é dada por este termo multiplicada pela sua transposta.

Substituindo a expressão $y = Ax + C$ e $E(y) = AE(x) + (C) = \mu$ na expressão (25) temos:

$$\begin{aligned} \Sigma_y &= E\{[Ax + C - AE(x) - C] * [Ax + C - AE(x) - C]^t\} \\ \Sigma_y &= E\{[Ax - AE(x)] * [Ax - AE(x)]^t\} \\ \Sigma_y &= E\{[A(x - E(x))] * [A(x - E(x))]^t\}, \text{ mas } \mu_x = E\{(x)\}, \text{ então:} \\ \Sigma_y &= E\{[A(x - \mu_x)] * [A(x - \mu_x)]^t\} \\ \Sigma_y &= A E\{(x - \mu_x) * (x - \mu_x)^t\} A^t \end{aligned} \quad (26)$$

Observando a expressão (26) e a expressão (25) podemos reescrever a expressão (26):

$$\Sigma y = A \Sigma_x A^t \quad (27)$$

A equação acima, mostrada para o caso linear, pode ser generalizada para o caso de dependência não linear $F(X)$, basta verificarmos a expressão (21). Assim podemos definir para o caso não linear a expressão:

$$\Sigma y = D \Sigma_x D^t \quad (28)$$

onde D é a matriz definida pelas derivadas da função $F(X)$ em função das variáveis independentes.

Definição de erro Aparente; erro verdadeiro e resíduo

Sendo μ o valor verdadeiro de uma medida e x_i os valores observados, temos:

Erro verdadeiro:

$$\varepsilon_v = x_i - \mu \quad (29)$$

Erro aparente:

$$\varepsilon_a = x_i - \bar{x} \quad (30)$$

Resíduo:

$$v_i = \bar{x} - x_i \quad (31)$$

Exercícios

1) Foi realizado dez medidas de ângulos conforme tabela abaixo, com os dados pede-se:

- O valor mais provável do ângulo;
- A variância e o desvio padrão;

16°23'23"	16°23'22"
16°23'24"	16°23'23"
16°23'25"	16°23'24"
16°23'23"	16°23'23"
16°23'24"	16°23'25"

Solução

a) O valor mais provável do é a esperança matemática ou a média definida por:

$$\mu = E(x) = \sum_{i=1}^n x_i * p(x_i)$$

No caso deste exercício basta multiplicar cada valor do ângulo (x_i) por $p_i = 1/10$ (visto que são 10 observações), e somar os resultados desta multiplicação.

Determinação do valor esperado ou média										
Observação em graus decimais	16,3897222	16,3900000	16,3902778	16,3897222	16,3900000	16,3894444	16,3897222	16,3900000	16,3897222	16,3902778
Probabilidade	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	1,63897222222222	1,639	1,639027778	1,638972222	1,639	1,638944444444	1,63897222	1,639	1,63897222222222	1,639027777778
$E(X) = \mu = \sum x_i * p_i$	16,3898888888889									
Média em GMS	16°23'23,6"									

Resposta: $\mu = 16^\circ 23' 23,6''$

b) A variância é dada por:

$$VAR(x) = \sigma^2 = E(x^2) - (E(x))^2$$

E o desvio padrão é dado por:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Os resultados dos cálculos são apresentados na tabela que segue.

Determinação da variância e desvio padrão										
x^2	268,622994521604	268,6321	268,6412056	268,6229945	268,6321	268,6138891975	268,622995	268,6321	268,622994521604	268,6412056327
Probabilidade	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$x_i^2 * p_i$	26,8622994521605	26,86321	26,86412056	26,86229945	26,86321	26,86138891975	26,8622995	26,86321	26,8622994521605	26,86412056327
$E(x^2) = \mu = \sum x_i^2 * p_i$	268,628457854938									
$[E(x)]^2$	268,628457790123									
$VAR = E(x^2) - [E(x)]^2$	6,48149125482E-08									
Variância em segundos DEG	0,000233333685173									
Para ter a variância em segundos, basta multiplicar a variância do ângulo em graus por 3600										
Variância (segundos)	0,84"									
Desvio Padrão (segundos)	0,92"									

Resposta: $\sigma^2 = 0,84''$ e $\sigma = 0,92''$

2) Aplique a lei de propagação de covariâncias e mostre a equação que determina a variância da área (σ_A) de um terreno retangular de lado x e y, dado os desvios padrões σ_x e σ_y .

Solução:

A área é dada por $A = x * y$ e a lei de propagação de variância dada por $\sigma_A^2 = \Sigma_A = D \Sigma_{x,y} D^t$.

Neste caso temos que montar a matriz D e a matriz MVC, lembrando que a matriz D é dada pela derivada da função $A = x * y$ em função das variáveis independentes x e y. Assim:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial A}{\partial x} & \frac{\partial A}{\partial y} \end{vmatrix} e$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = y \text{ e } \frac{\partial A}{\partial y} = x$$

$$D = \begin{vmatrix} y & x \end{vmatrix}$$

No caso de observações independentes a MVC é expressa por:

$$\Sigma_{(x,y)} = \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{vmatrix}$$

Substituindo as matrizes D e Σ_A na equação $\sigma_A^2 = \Sigma_A = D \Sigma_{x,y} D^t$ temos:

$$\sigma_A^2 = \Sigma_A = D \Sigma_{x,y} D^t$$

$$\sigma_A^2 = \begin{vmatrix} y & x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y \\ x \end{vmatrix}$$

3) Considere o exercício anterior e determine a precisão da área de um terreno retangular de que mede $x=50$ metros de testada e $y=60$ metros de frente aos fundos. O desvio determinado para cada medida foi de $\sigma_x=0,2$ e $\sigma_y=0,3$, respectivamente.

Solução:

Considerando a equação mostrada no exercício anterior temos:

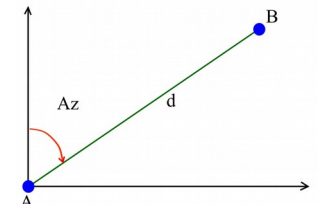
$$\sigma_A^2 = \begin{vmatrix} y & x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y \\ x \end{vmatrix} \rightarrow \sigma_A^2 = \begin{vmatrix} 60 & 50 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0,2^2 & 0 \\ 0 & 0,3^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 60 \\ 50 \end{vmatrix}$$

Para facilitar os cálculos com matriz podemos usar o *OCTAVE* (<https://www.gnu.org/software/octave/>):

```
%%%%% Determinação da precisão da área de um terreno retangular.
clear all;
close all;
format long;
disp('***ESTE PROGRAMA A PRECISAO DA ÁREA DE UM TERRENO RETANGULAR DADO OS DESVIOS
PADROES***');
disp('-----');
disp(' Dados para Calculo de area de secao ')
x = input('Entre o com o valor de x ---');
y = input('Entre o com o valor de y ---');
DPx = input('Entre o com o valor do desvio padrão de x ---');
DPy = input('Entre o com o valor do desvio padrão de y ---');
%%%%%% A = x*y
%%%%%% dA/dx = y e Da/dx = x
A = [y x];
At = A';
MVC = [ DPx^2 0
        0    DPy^2];
VARarea = A*MVC*At %%%%% variância da área.
DP = sqrt(VARarea) %%%%%%% desvio padrão
```

Resposta: $\sigma_A^2 = 369 \text{ m}^4$ $\sigma_A = 19,21 \text{ m}^2$

4) Para se determinar as coordenadas de um ponto **B** (X_B e Y_B) a partir de um ponto **A** com coordenadas conhecidas e ajustadas (X_A e Y_A) foram medidos a partir deste ponto a distância e o azimuth. Conhecendo os respectivos desvios padrões destas medidas, conforme tabela que segue, determine o desvio padrão das coordenadas do ponto **B** (σ_x e σ_y).

		Distância (m)	Azimuth
	Valor medido	500	30
	Desvio padrão	0,02 m	10"

Solução

1º Passo: Identificar as equações.

As coordenadas de um ponto **B** (X_B e Y_B) a partir de um ponto **A** com coordenadas conhecidas e ajustadas (X_A e Y_A), medindo-se o azimuth do alinhamento **AB** e a distância entre os referidos pontos são dadas por:

$$X_B = X_A + d * \sin(Az)$$

$$Y_B = Y_A + d * \cos(Az)$$

2º Passo: Montar a matriz dos coeficientes (D).

Neste caso deve ser determinada as derivadas das equações que determinam o valor de X_B e Y_B com relação as variáveis d e Az . Assim:

$$\frac{\delta X_B}{\delta d} = \sin(Az) \quad \frac{\delta X_B}{\delta Az} = d * \cos(Az)$$

$$\frac{\delta Y_B}{\delta d} = \cos(Az) \quad \frac{\delta Y_B}{\delta Az} = d * -\sin(Az)$$

3º Passo: Calcular o desvio padrão através de: $\Sigma_{X_B, Y_B} = D \Sigma_{d, Az} D^T$

$$\Sigma_{X_B, Y_B} = \begin{vmatrix} \frac{\delta X_B}{\delta d} = \sin(Az) & \frac{\delta X_B}{\delta Az} = d * \cos(Az) \\ \frac{\delta Y_B}{\delta d} = \cos(Az) & \frac{\delta Y_B}{\delta Az} = d * -\sin(Az) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{Az}^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\delta X_B}{\delta d} = \sin(Az) & \frac{\delta X_B}{\delta Az} = d * \cos(Az) \\ \frac{\delta Y_B}{\delta d} = \cos(Az) & \frac{\delta Y_B}{\delta Az} = d * -\sin(Az) \end{vmatrix}^T$$

Lembrando que o desvio padrão é dado pela raiz quadrada da diagonal principal da matriz Σ_{X_B, Y_B} .

Também deve se ter cuidado com a entrada no valor do azimuth e do respectivo desvio padrão, estes devem estar em graus decimais e em radianos.

Para facilitar os cálculos com matriz pode ser utilizado o *OCTAVE*, conforme código abaixo:

```
%%%%%%%%%%%%% determinação do desvio padrão de coordenadas de um ponto;
clear all;
close all;
format long;
pkg load symbolic %%%%%%%%%% carrega o pacote de cálculos simbólicos
disp(' ***ESTE PROGRAMA DETERMINA OS DESVIOS PADRÕES DAS COORDENADAS DE UM PONTO B A
PARTIR DE UM PONTO A***');
%%%%%%%%% Entrada de variáveis
d1 = input('Entre o com o valor da distancia entre os pontos em metros ---');
az = input('Entre o com o valor do azimuth em graus decimais---');
az1 = (az*pi)/180;
DPd = input('Entre o com o valor do desvio padrão da distancia em metros ---');
DPaz = input('Entre o com o valor do desvio padrão do azimuth em segundos ---');
DPaz1 = (((DPaz/3600)*pi)/180); %%%% transformando o desvio padrão do azimuth em grau e em radianos
%%%%%%%%% declaração de variáveis simbólicas
syms d;
syms az;
syms XA;
syms YA;
XB = XA+d*sin(az);
YB = YA+d*cos(az);
dxd = diff( XB , d , 1 ); %%% derivada de XB em relação a d
dxaz = diff( XB , az , 1 ); %%% derivada de XB em relação a az
dyd = diff( YB , d , 1 ); %%% derivada de YB em relação a d
dyaz = diff( YB , az , 1 ); %%% derivada de YB em relação a az
D = [ subs((dxd),az,az1) subs(dxaz,{d,az},{d1,az1})
      subs((dyd),az,az1) subs(dyaz,{d,az},{d1,az1}) ];
D1=double(D);
DT = D1';
mvc = [ DPd^2 0
        0 DPaz1^2];
MVC = D1*mvc*DT;
disp(' ');
disp(' -----:');
disp(' O DESVIO PADRÃO DA COORDENADA X DE B EM METROS É:');
DPXB = sqrt(MVC(1,1)) %%%%%%%%% desvio padrão da coordenada X do ponto B
disp(' -----:');
disp(' O DESVIO PADRÃO DA COORDENADA Y DE BEM METROS É:');
DPYB = sqrt(MVC(2,2)) %%%%%%%%% desvio padrão da coordenada y do ponto B
```

Como a rotina envolve diferenciação de funções (comando *diff*) pode ser necessário a instalação de um pacote no OCTAVE chamado *Octave Symbolic Package*. Este pacote pode se encontrado no *site*: <https://octave.sourceforge.io/symbolic/>.

Todos os cálculos podem ser realizados de outras formas.

Após executar a rotina obteve-se os seguintes resultados:

Resposta: $\sigma_{XB} = 0,023 \text{ m}$, $\sigma_{YB} = 0,021 \text{ m}$

Bibliografia

DALMOLIN Q; SANTOS, D. R. Ajustamento de observações para geotecnologias. 2. ed Curitiba: UFPR; 2014.

DALMOLIN Q. Ajustamento por mínimos quadrados. Curitiba: [s.n.]; 2002.

GEMAEL C. Introdução ao ajustamento de observações: aplicação geodésicas. 2.ed. Curitiba: ED.UFPR; 2015.

MCCORMAC, J. Topografia. 5º Edição. Editora LTC. Rio de Janeiro , 2010

MIKHAIL E.M, GRACIE G. Analysis and adjustment of survey measurements. New York: Van Nostrand; 1981.

MORETTIN, L. G. - Estatística básica: probabilidade e inferência, volume único. São Paulo: Pearson; c2010

VUOLO J. H. Fundamentos da teoria de erros. São Paulo: Blucher; 1992.

Sites

<https://pt.khanacademy.org/math/statistics-probability>

<https://pt.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library>

<https://www.gnu.org/software/octave/>

<https://octave.sourceforge.io/symbolic/>

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 07: Tipos de Poligonais/Método das Irradiações.	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

TIPOS DE POLIGONAIS/MÉTODO DAS IRRADIAÇÕES

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=kGTdDsPsf6o&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=5U1lrTEFqZ0&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=G--gq6v7KhI&feature=youtu.be>

Introdução.

Nas aulas anteriores foram apresentadas as formas de se obter distâncias e ângulos e os erros inerentes a estas medidas. Com estas variáveis se determina as coordenadas de pontos de poligonal e irradiações. Assim, esta aula tem como objetivo apresentar os tipos de poligonais, o cálculo de poligonais e o método das irradiações.

Poligonais

A poligonal é constituída de vértices (pontos em que se estaciona o equipamento) cuja localização é planejada de forma a otimizar o levantamento da área e seus elementos. A partir destes pontos é possível medir as distâncias e os ângulos necessários para a determinação das coordenadas tanto dos demais pontos de poligonal quanto das irradiações.

As poligonais são a base do levantamento topográfico. A NBR 13133 define as poligonais principal, secundária e auxiliar:

Definições de poligonais segundo a NBR 13133	
Poligonal	Definição
Principal	<i>Poligonal que determina os pontos do apoio topográfico de primeira ordem.</i>
Secundária	<i>Aquela que, apoiada nos vértices da poligonal principal, determina os pontos do apoio topográfico de segunda ordem.</i>
Auxiliar	<i>Poligonal que, baseada nos pontos de apoio topográfico planimétrico, tem os seus vértices distribuídos na área ou faixa a ser levantada, de tal forma, que seja possível coletar, direta ou indiretamente, por irradiação, interseção ou por ordenadas sobre uma linha-base, os pontos de detalhe julgados importantes, que devem ser estabelecidos pela escala ou nível de detalhamento do levantamento.</i>

Tipos de poligonais

Poligonal fechada

Poligonais fechadas são amplamente utilizadas em levantamentos topográficos, pois apresentam vantagens do controle de fechamento linear e angular. Por definição, uma poligonal fechada parte de um ponto com coordenadas conhecidas (pode ser um ponto com coordenadas já definidas ou arbitrária) e retorna ao ponto inicial percorrendo o trajeto com medições de ângulos e distâncias.

A Figura 01 exemplifica uma poligonal fechada com caminhamento horário de 4 vértices.

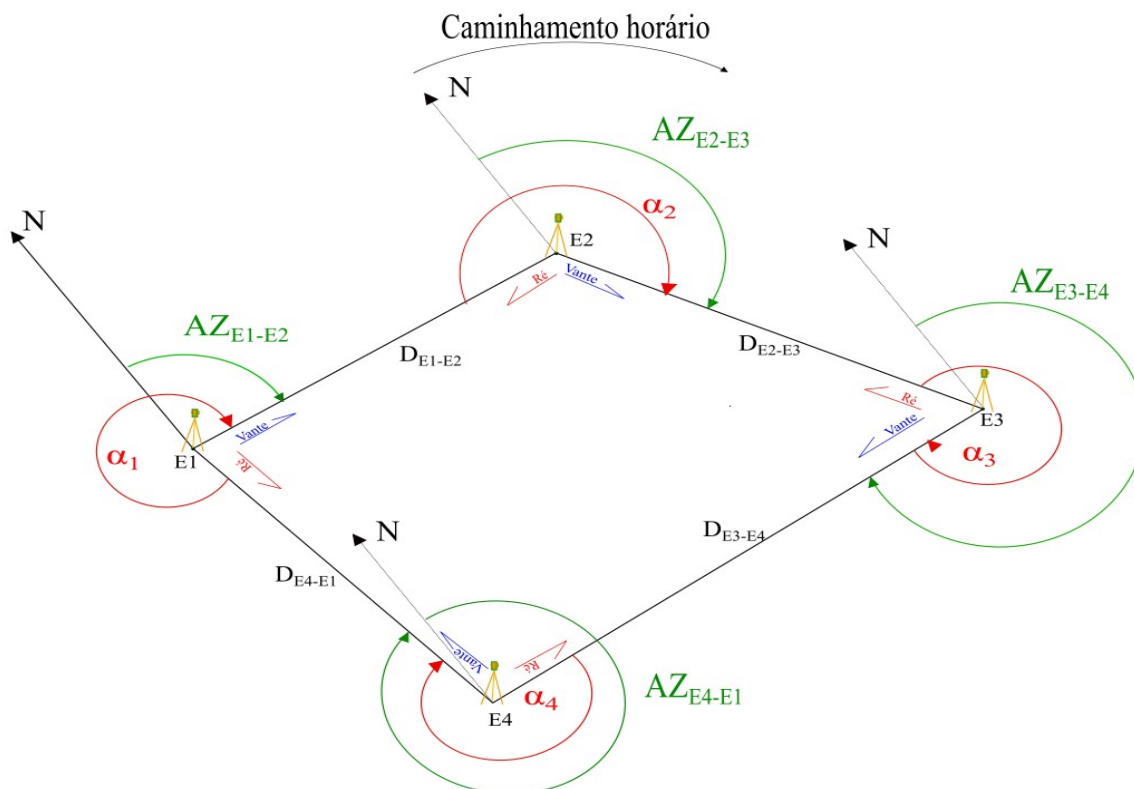


Figura 01 – Poligonal fechada

Na Figura 01 observamos que para cada vértice (local de instalação do equipamento) determina-se um azimute e um ângulo horário, também são determinadas as distâncias entre cada vértice. Considerando que a estação E1 foi o primeiro ponto em que foi estacionado o equipamento, o AZ_{E1-E2} é lido e os demais calculados. Para se medir o ângulo o equipamento deve ser zerado na RÉ (ponto anterior a estação em que se encontra o equipamento) e visa-se a VANTE (ponto posterior em que se encontra o equipamento), no exemplo da figura, considerando o caminhamento horário, a RÉ de E1 é E4 e a VANTE é E2.

A Figura 02 ilustra o princípio do cálculo das coordenadas dos vértices de uma poligonal.

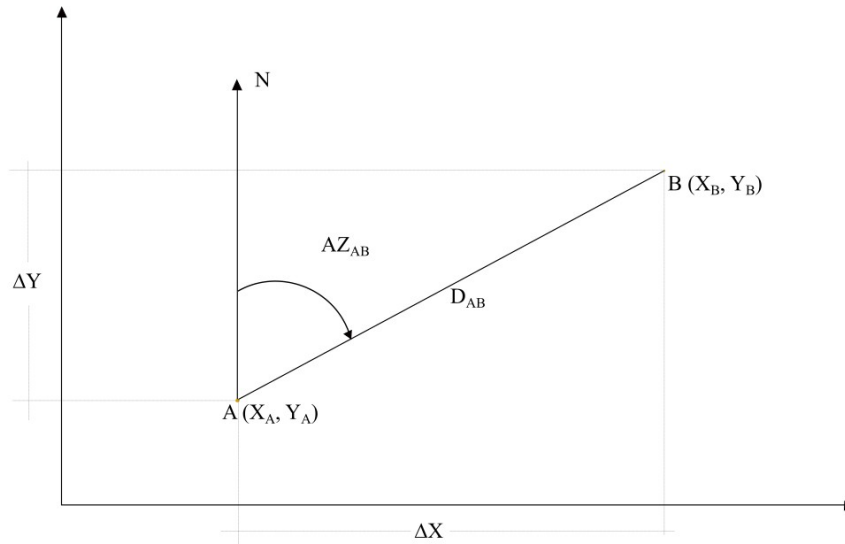


Figura 02 – Cálculo de coordenadas.

No caso da Figura 02, podemos expressar as coordenadas do ponto B por:

$$X_B = X_A + \Delta X \quad (1)$$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y \quad (2)$$

$$\Delta X = DH_{(A \rightarrow B)} * \text{sen}(AZ_{AB}) \quad (3)$$

$$\Delta Y = DH_{(A \rightarrow B)} * \cos(AZ_{AB}) \quad (4)$$

Considerando uma poligonal de n vértices temos as fórmulas gerais:

$$X_i = X_{(i-1)} + \Delta X_{(i-1 \rightarrow i)} \quad (5)$$

$$Y_i = Y_{(i-1)} + \Delta Y_{(i-1 \rightarrow i)} \quad (6)$$

$$\Delta X_{(i-1 \rightarrow i)} = DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \text{sen}(AZ_{(i-1)}) \quad (7)$$

$$\Delta Y_{(i-1 \rightarrow i)} = DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \cos(AZ_{(i-1)}) \quad (8)$$

onde X_i é a coordenada X da VANTE, Y_i é a coordenada Y da VANTE, $X_{(i-1)}$ é a coordenada X do vértice onde se encontra estacionado o equipamento, $Y_{(i-1)}$ é a coordenada Y do vértice onde se encontra estacionado o equipamento, $DH_{(i-1 \rightarrow i)}$ é a distância horizontal entre o vértice em que encontra estacionado o equipamento e a VANTE e $AZ_{(i-1)}$ é o azimuth do alinhamento definido pelo vértice em que encontra estacionado o equipamento ($i-1$) e a VANTE (ponto em que se pretende determinar a coordenada).

Lembrando que:

- Se α é horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} - 180 + \alpha_i \quad (09)$

- Se α é anti-horário $\rightarrow Az_i = Az_{(i-1)} + 180 - \alpha_i \quad (10)$

Como visto anteriormente as distâncias horizontais podem ser obtidas eletronicamente com distanciômetro eletrônico. No caso de taqueometria as equações são:

- Se o ângulo for de inclinação $\rightarrow DH = g * m * \cos^2(i)$ (11)

- Se o ângulo for zenital $\rightarrow DH = g * m * \sin^2(z)$ (12)

Conforme dito anteriormente uma poligonal fechada apresenta a vantagem de se corrigir o erro de fechamento linear e (ep) e o erro angular (ea). A Figura 03 ilustra o erro de fechamento linear.

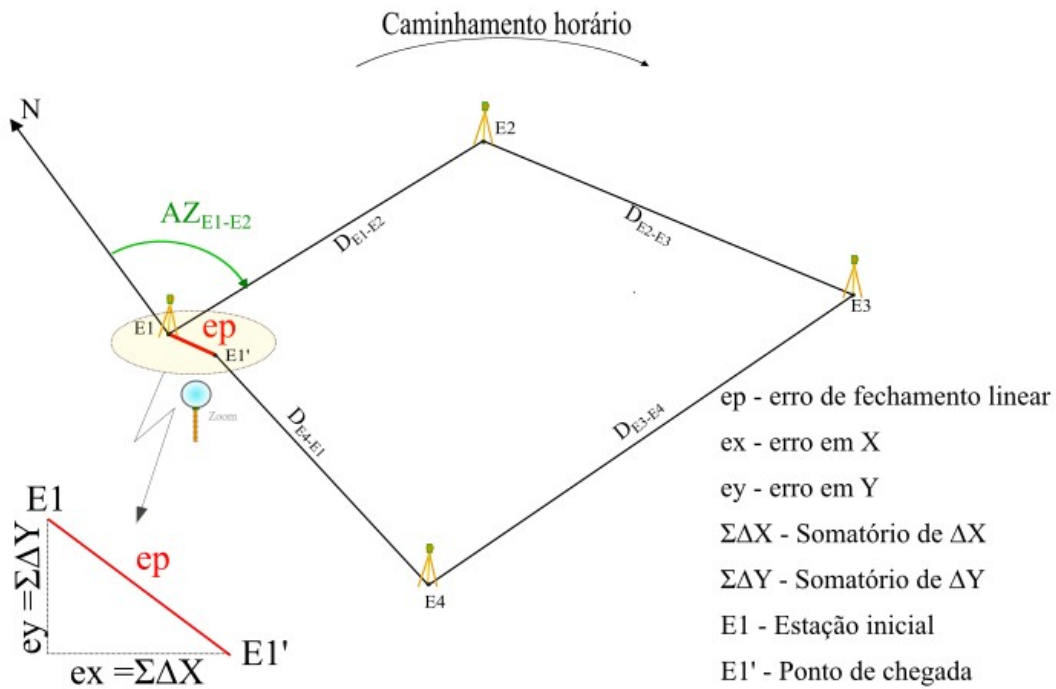


Figura 03 – Erro de fechamento linear.

Matematicamente o erro de fechamento linear é (ep) dado por:

$$ep = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \quad (13)$$

$$e_x = \sum \Delta_x \quad (14)$$

$$e_y = \sum \Delta_y \quad (15)$$

De fato, em uma hipotética poligonal livre de erros o $\sum \Delta_x = 0$ e $\sum \Delta_y = 0$, pois ao se percorrer uma poligonal fechada deve-se retornar para o mesmo ponto.

Geralmente a tolerância é de 1:1000, ou seja, em uma poligonal de 1000 m de perímetro o erro aceitável é de 1 metro (VEIGA; ZANETTI & FAGGION, 2012).

Para verificar se o erro está dentro da tolerância (et):

$$et = \frac{ep}{\sum DH} \quad (16)$$

onde DH são as distâncias entre os vértices da poligonal.

Caso o erro esteja dentro da tolerância deve-se proceder com as correções que são distribuídas para cada vértice da poligonal levando-se em consideração as distâncias horizontais. Assim:

$$cx_i = \frac{-ex * DH_{(i-1)}}{\sum DH} \quad (17)$$

$$cy_i = \frac{-ey * DH_{(i-1)}}{\sum DH} \quad (18)$$

Note que a correção é ponderada com a distância, ou seja, admite-se que quanto maior a distância entre os vértices medidos maior o erro.

O erro de fechamento angular é dado por:

$$ea = \sum \alpha_i - (n - 2) * 180^\circ \quad (19)$$

onde, α_i são os ângulos internos de cada vértice da poligonal

A tolerância de fechamento angular (ε_a) é dada por:

$$\varepsilon_a = p * \sqrt{n} \quad (20)$$

onde, p é a precisão do equipamento e n é o número de vértice da poligonal

Caso o levantamento esteja dentro da tolerância os erros devem ser corrigidos. Para se corrigir o erro de fechamento angular pode-se distribuí-los proporcionalmente em cada vértice. Também se utiliza distribuí-los entre os vértices que conectam os menores lados.

Após a correção do erro de fechamento angular, as coordenadas corrigidas (X_i^C , Y_i^C) são dadas por:

$$X_i^C = X_{(i-1)}^C + DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \text{sen}(AZ_{(i-1)}) + cx_i \quad (21)$$

$$Y_i^C = Y_{(i-1)}^C + DH_{(i-1 \rightarrow i)} * \cos(AZ_{(i-1)}) + cy_i \quad (22)$$

Para se estabelecer uma poligonal fechada deve-se ter critério, pois o fechamento desta fora da tolerância inviabiliza o levantamento topográfico. Todos os procedimentos serão apresentados em aulas práticas.

Poligonal enquadrada

As poligonais enquadradas permitem a verificação e correção dos erros, pois ela une pontos topográficos com coordenadas conhecidas. A Figura 04 ilustra uma poligonal enquadrada.

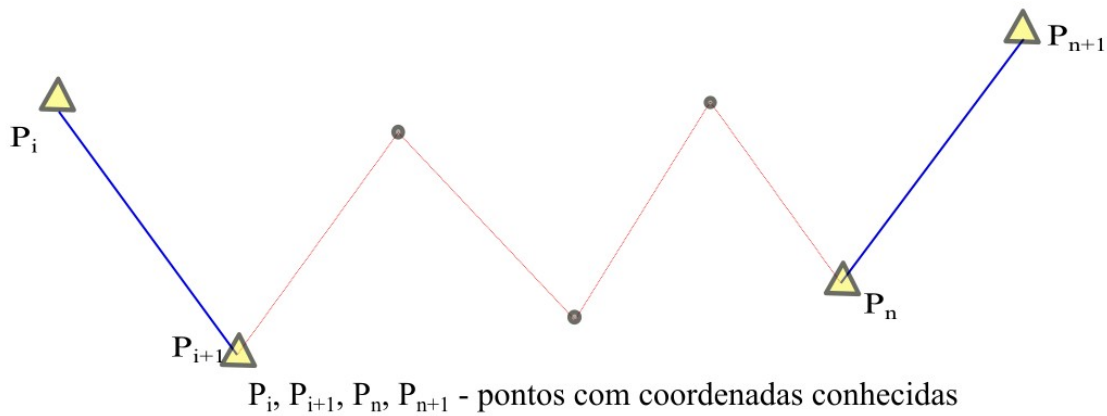


Figura 04 – Poligonal encastrada
(Fonte: Adaptada de VEIGA; ZANETTI & FAGGION, 2012)

Para se determinar o erro de fechamento angular no caso da poligonal encastrada, procede-se da seguinte forma:

1. Determinar o azimute de partida e chegada por:

$$AZ_{partida} = \arctg \frac{(X_{(pi+1)} - X_{(pi)})}{(Y_{(pi+1)} - Y_{(pi)})} \quad (23)$$

$$AZ_{chegada} = \arctg \frac{(X_{(pn+1)} - X_{(pn)})}{(Y_{(pn+1)} - Y_{(pn)})} \quad (24)$$

2. Realizar o transporte de azimute em função dos ângulos horizontais medidos (os cálculos são os mesmos apresentados anteriormente);
3. Calcular o erro angular (*ea*) por:

$$ea = A^c - A^o \quad (25)$$

onde é o A^c é o azimute oriundo do transporte de azimute e A^o é o azimute obtido a partir das coordenadas.

Para se calcular as coordenadas e corrigir os erros (linear e angular) os procedimentos são os mesmos utilizados no cálculo da poligonal fechada.

Poligonal aberta

A poligonal aberta (Figura 05) parte de um ponto com coordenadas conhecidas e diferentemente da poligonal encastrada não se tem pontos com coordenadas conhecidas na chegada, impossibilitando o a verificação e correção de fechamento linear e angular. Esta característica é uma grande desvantagem no uso de poligonais abertas em levantamentos topográficos.

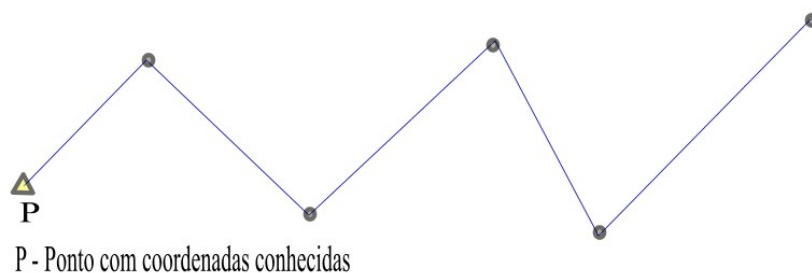


Figura 05 – Poligonal aberta.

O cálculo de uma poligonal aberta obedece o mesmo procedimento da poligonal fechadas, sem a possibilidade de se corrigir os erros, ou seja, utilizamos as expressões (09) e (10) para o cálculo de azimutes e as expressões (05), (06), (07) e (08) para o cálculo das coordenadas.

A NBR 13133 especifica os tipos de poligonais em função da finalidade.

Método das Irradiações

O levantamento pelo método da irradiação pode ser feito quando são conhecidas as coordenadas dos vértices da poligonal. Assim as coordenadas do ponto irradiados são determinadas a partir do vértice da poligonal (coordenadas conhecidas ou calculadas) e da medida dos ângulos (em equipamentos que não possuem distanciômetro eletrônico é necessário também a medida do ângulo vertical) e distância horizontal.

A Figura 06 ilustra o método das irradiações e tem como objetivo resumir os procedimentos de um levantamento topográfico por irradiação.

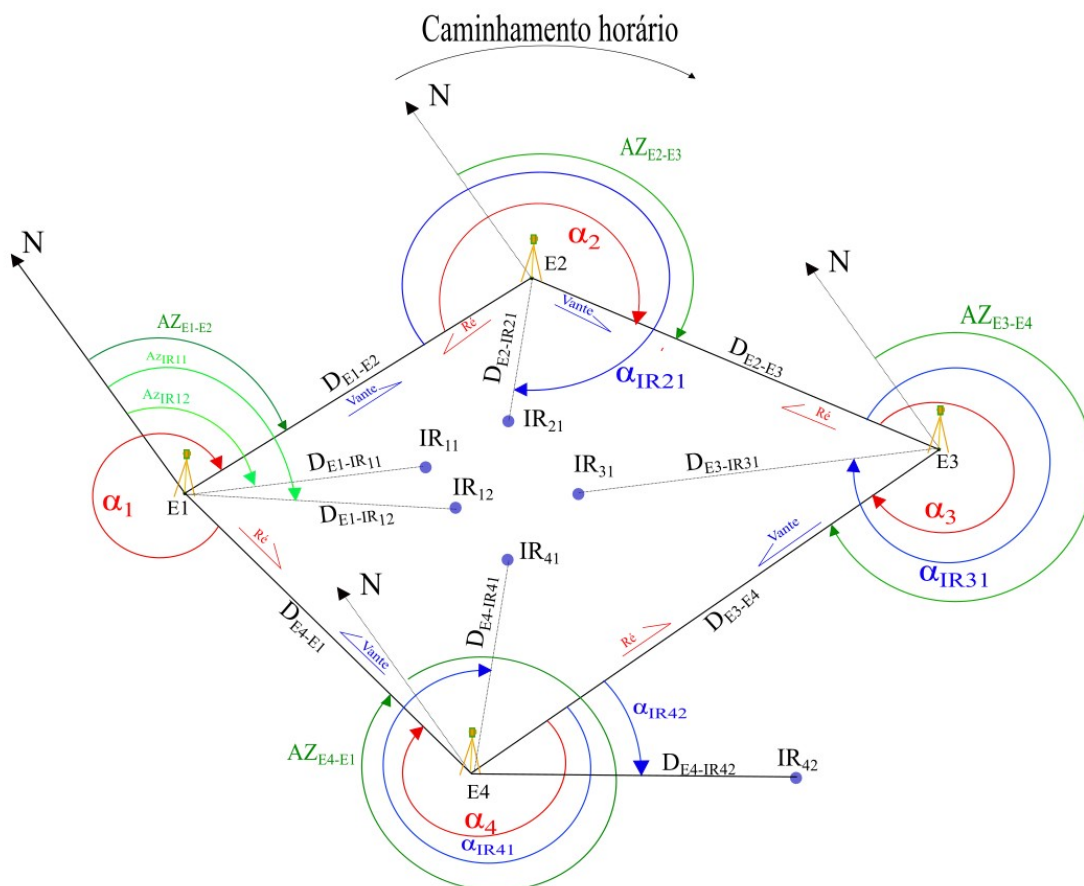


Figura 06 – Método da irradiação.

Através da Figura 06 podemos constatar que:

- Na estação E1 o azimute do alinhamento E1-E2 (AZ_{E1-E2}) é lido;
- Os azimutes (AZ_{IR11} e AZ_{IR12}) das irradiações (IR11 e IR22) da estação E1 também não são calculados, uma vez que o ângulo horizontal nesta estação foi referenciado no norte;
- Para se medir os ângulos horizontais (neste caso horário) a RÉ é a referência, assim zeramos o ângulo horizontal na RÉ e mira-se a VANTE e as irradiações;
- Todas as distâncias devem ser medidas eletronicamente ou por taqueometria (neste caso é necessário ler o ângulo vertical);
- Os azimutes das estações E2 (AZ_{E2-E3}), E3 (AZ_{E3-E4}) e E4 (AZ_{E4-E1}) são calculados obedecendo a regra de transporte de azimutes;
- Os azimutes das irradiações nas estações E2, E3 e E4 são calculados, sendo que o procedimento é o mesmo para se calcular o azimute da estação seguinte;
- O cálculo das coordenadas dos pontos de poligonal obedecem aos mesmos procedimentos mostrados anteriormente;
- As coordenadas das irradiações são determinadas de forma similar aos pontos de poligonal. É importante frisar que em poligonais que possibilitam corrigir os erros de fechamento (poligonais fechadas ou enquadradas) são as coordenadas corrigidas das poligonais que devem ser usadas no cálculo de coordenadas das irradiações.

As coordenadas das irradiações são dadas por:

$$X_{Ei}^{IR} = X_{(Ei)}^C + DH_{(Ei \rightarrow IR)} * \sin(AZ_{(Ei \rightarrow IR)}) \quad (26)$$

$$Y_{Ei}^{IR} = Y_{(Ei)}^C + DH_{(Ei \rightarrow IR)} * \cos(AZ_{(Ei \rightarrow IR)}) \quad (27)$$

onde X_{Ei}^{IR} e Y_{Ei}^{IR} são as coordenadas da irradiação de uma estação Ei , X_{Ei}^C e Y_{Ei}^C são as coordenadas corrigidas (quando é possível a correção) da estação Ei da poligonal; $DH_{(Ei \rightarrow IR)}$ é a distância horizontal entre a estação Ei e a irradiação IR e $AZ_{(Ei \rightarrow IR)}$ é o azimute do alinhamento $Ei R$.

Exercícios

1) Um agrimensor estaqueou uma poligonal de 4 vértices de acordo com os dados da tabela que segue. O equipamento foi estacionado inicialmente no ponto A , cujas coordenadas iniciais são $X=1000,00$ e $Y=1000,00$. O azimute lido de A para B é 276° e os ângulos medidos foram horários e estão em grau e fração de grau.

DADOS DE CAMPO							
Azimute lido de A para B = 276							
RÉ	ESTAÇÃO	VANTE	FI	FM	FS	HZ	Zenital
D	A	B	0,5756	1,538	2,5000	60,1788	88,1000
A	B	C	0,4535	1,3767	2,3000	101,3762	88,0000
B	C	D	0,8437	1,8218	2,8000	52,0549	91,0000
C	D	A	0,9272	1,4636	2,0000	146,3901	90,0100

Com os dados faça:

- Determine as distâncias reduzidas com os fios estadimétricos;
- Verifique os erros de fechamento angular e linear e se estes estão dentro da tolerância;
- Determine as coordenadas corrigidas de cada ponto;

Resposta

Azimute inicial:276											
Estaca	Pt Visado	Angulo Horizontal	Azimute lido	Azimute Calculado	Distancia Reduzida	ΔX	Cex	Δy	Cey	XC	YC
A	B	60,179	276,000		192,228	-191,175		20,093		1000,000	1000,000
B	C	101,376		197,376	184,425	-55,078	0,103	-176,009	0,061	808,927	1020,155
C	D	52,055		69,431	195,570	183,103	0,099	68,710	0,059	753,949	844,205
D	A	146,390		35,821	107,280	62,786	0,105	86,988	0,063	937,156	912,978
A							0,057		0,034	1000,000	1000,000
		Soma distâncias			679,504						
					Σ	-0,364	0,364	-0,217	0,217		
		Erro angular	0,000								
		Tolerância	Sim			Erro linear		0,424			
						Tolerância		0,001	Sim		

Note que foram calculadas as coordenadas das estacas.

2) Determine as coordenadas das irradiações considerando que estes foram irradiados do vértice C da poligonal do exercício 1. O azimute do alinhamento *BC* é de 197,3762° e as coordenadas do ponto B são X= 808,927 e Y=1020,155. Os dados encontram-se na tabela que segue.

Estaca	Pt Visado	Angulo Horizontal	Azimute	Distancia	X	Y
B		Horário		Reduzida	808,927	1020,155
B	C		197,3762	184,425		
C	IR1	39,95		4,36		
C	IR2	85,65		10,32		
C	IR3	134,429166666667		52,5		

Resposta

		Angulo Horizontal	Azimute	Distancia						coordenadas Pt visados	
Estaca	Pt Visado	horário	lido	Reduzida	ΔX	Cex	Δy	Cey		X	Y
B										808,927	1020,155
B	C		197,3762	184,425	-55,077	0,099	-176,009	0,059		753,949	844,205
C	IR1	39,9500	57,3262	4,36	3,670		2,354			757,619	846,559
C	IR2	85,6500	103,0262	10,32	10,054		-2,326			764,003	841,879
C	IR3	134,4292	151,8054	52,5	24,805		-46,271			778,753	797,935

Observar que foi aplicada a correção nas coordenadas do ponto C, pois estas são oriundas de uma poligonal fechada, assim os cálculos das irradiações devem ser realizados com as coordenadas dos vértices da poligonal corrigidos.

As coordenadas calculadas foram dos pontos visados.

Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 08: Instrumentos topográficos/Procedimentos de campo/Caderneta de campo/Cadernetas de escritório/Croqui/ Pontos de apoio e pontos de detalhe.	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

INSTRUMENTOS TOPOGRÁFICOS/PROCEDIMENTOS DE CAMPO/CADERNETA DE CAMPO/CADERNETAS DE ESCRITÓRIO/CROQUI/ PONTOS DE APOIO E PONTOS DE DETALHES.

Conteúdo em vídeo.

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=3xa0dDKgthk&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=zbbnrCqnIYE&feature=youtu.be>

Introdução.

Atualmente inúmeras ferramentas podem ser usadas para representação de um espaço físico, como os *drones*, *Laser Scanner*, GNSS (*Global Navigation Satellite System*) e outros, entretanto o levantamento topográfico convencional, realizado com teodolitos e estações totais, ainda possui uma aplicação importante na engenharia. Um exemplo é o levantamento de locais onde não é possível captar imagens com *drones* ou sinal GNSS.

Esta aula mostrará alguns modelos de equipamentos topográficos utilizados na Topografia convencional (teodolitos níveis e estações totais) bem como os procedimentos de campo que devem ser seguidos na execução do levantamento topográfico. Os procedimentos são necessários para a segurança do operador, segurança do equipamento e para garantir a qualidade dos dados levantados.

Também serão mostradas alguns modelos de cadernetas de campo que são usadas quando se realiza um levantamento topográfico com equipamentos que não possuem armazenamento de dados, neste caso os ângulos, distâncias, fios estadimétricos e descrição do ponto devem ser anotados em cadernetas próprias para cada tipo de levantamento. Por fim, será abordada a importância dos croquis nos levantamentos topográficos bem como as definições de pontos de apoio e pontos de detalhe.

Instrumentos topográficos: teodolito, níveis e estação total.

Como dito anteriormente existem ferramentas diversas para a representação do espaço físico no contexto da Topografia, entretanto aqui será tratado apenas dos equipamentos utilizados na topografia convencional.

Na Tabela 01 são mostrados alguns modelos de equipamentos topográficos.

Tabela 01 – Equipamentos topográficos

Equipamento	Foto	Marca/ Característica	Fonte
Teodolito		Teodolito Wild T2, leitura interna.	https://www.if.ufrgs.br/oei/santiago/fis2006/teodolito.htm

Equipamento	Foto	Marca/Característica	Fonte
Teodolito		Marca Vasconcelos, possui bússola acoplada e a leitura dos ângulos é externa	http://www.fec.unicamp.br/~museuLTG/equipamentos/teodolitorepetidor.htm
Teodolito		FOIF, modelo DT 205DL Teodolito eletrônico com leitura digital dos ângulos	http://www.faltecbrasil.com.br/eleetro.htm

Estação Total		Leica TS 06. Medidas com prisma e sem prisma, Bluetooth.	Laboratório de topografia e geodésia CPP-CEM-UFPR
Estação total robótica		Estação total robótica Leica TS15.	http://w3.leica-geosystems.com/downloads123/zz/tps/viva%20ts15/brochures-datasheet/leica%20viva%20ts15%20datasheet_br.pdf
Nível		<i>Leica sprinter</i> 150 m. Utilizado em nivelamentos	Laboratório de topografia e geodésia CPP-CEM-UFPR

A Tabela 02 mostra os acessórios utilizados.

Os acessórios utilizados são:



Procedimentos de campo

Em campo o topógrafo deve atentar para uma série de procedimentos na execução de um levantamento topográfico com teodolito, nível ou estação total, são eles:

- Verificar a segurança do operador e do equipamento;
- Fazer um croqui da área a ser levantada;
- Planejar a poligonal de forma a otimizar o número de vértices da poligonal;
- Se possível ler o azimute inicial;
- Quando o levantamento é realizado com teodolitos não esquecer de anotar os ângulos vertical e horizontal e os fios estadimétricos (fio inferior, fio médio e fio superior) e a descrição do ponto;
- Anotar a altura do equipamento (caso de levantamento planialtimétrico);
- No caso de poligonal fechada ou enquadrada verificar o erro de fechamento angular.

O vídeo que segue mostra os procedimentos para montar um equipamento topográfico em um ponto:

<https://www.youtube.com/watch?v=PvJgpq6lsdU&t=249s>

Segurança do operador

Em campo pode ocorrer uma série de imprevistos que devem ser evitados. Alguns cuidados básicos devem ser adotados, são eles:

1. Evite estacionar o equipamento topográfico onde o operador tenha dificuldades em seu manuseio;
2. Nunca olhe para o sol com a luneta do equipamento, isto pode causar danos irreversíveis para o operador;
3. Ao segurar a régua/mira/prisma deve-se sempre olhar por onde pisa, evitando lesões como cortes e picadas de animais peçonhentos ou lesões causadas por terrenos muito acidentados (buracos, etc);
4. Jamais trabalhe em baixo de redes elétricas com régua/mira/prisma/bastões erguidos. Sempre tenha extremo cuidado ao operar estes equipamentos próximos a estes locais;
5. Nunca estacione o equipamento em locais com muito tráfego de automóveis e/ou animais;

6. Cuidado ao trafegar com equipamentos topográficos.
7. Nunca trabalhe com o equipamento em más condições do tempo (descargas elétricas, chuva, etc). As miras bastões e réguas podem atrair raios;
8. Sempre se proteja com calçados e roupas apropriadas, este procedimento ajuda a evitar cortes, picadas de animais peçonhentos, insetos, etc;
9. Use roupas para se proteger do sol e/ou use protetor solar e repelentes;
10. Qualquer problema com o equipamento ou com a segurança do operador não continue com o levantamento antes de se certificar e solucionar o problema;
11. Estacione o equipamento sempre a uma altura adequada, para que o operador fique confortável ao operar o equipamento.

Cuidados com equipamento

Os equipamentos topográficos devem ser manuseados com extrema cautela, pois tombos ou mau uso podem inviabilizar seu uso. Neste caso algumas precauções devem ser tomadas por quem vai trabalhar com o mesmo. Os principais cuidados são:

1. Ao transportar o equipamento verifique que as malas de transporte estão devidamente fechadas;
2. Colocar o equipamento na mala de transporte conforme indicado pelo fabricante;
3. Colocar o tripé devidamente posicionado no ponto de interesse e sempre segurar na alça do equipamento desde a hora que tirar da mala de transporte até rosquear no tripé, ou seja, nunca deixe de segurar a alça o equipamento até se certificar que o mesmo se encontra seguro na base (tripé);
4. Nunca transportar o equipamento rosqueado no tripé em longas distâncias ou em locais inapropriados;
5. Não expor o equipamento a condições ambientais extremas, evitar que o equipamento fique exposto a poeira, chuva, etc,
6. Observar as condições de trabalho, não operar o equipamento próximos a animais que possam derrubar o equipamento ou em locais onde o trânsito de veículos automotores podem provocar acidentes e chocar com o equipamento;
7. Certifique que o tripé esteja fixado e não corre o risco de cair, ou escorregar;
8. Em hipótese nenhuma deixe o equipamento, sempre tenha o mesmo em vista;
9. Não trave o equipamento e force o movimento;
10. O transporte do equipamento deve ser feito sempre em malas de transporte.
11. Não estacione o equipamento próximos à automóveis parados, pois ao sair o motorista pode danificar sem intenção o equipamento;
12. Sempre que possível evite estacionar o equipamento em locais de difícil acesso, como em locais que o operador tenha dificuldades em operar o equipamento;
13. O operador deve fazer as leituras ou mirar alvo sem colocar a mão no tripé, pois isto pode desnivelar a base provocando erro no levantamento;

Cadernetas de Campo

O modelo de caderneta de campo abaixo pode ser usada para levantamentos com teodolitos.

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO												
caderneta de campo												
Imóvel						Instrumento						
Operador						Data						
Local						Folha						
Azimute inicial:												
		Vante		Azimute		FIOS			DISTÂNCIA			
Ré	Estaca	Irrad.	Ângulo Horário	Lido	Calculado	Inferior	Médio	Superior	(m)	Alt. Instr.	ângulo Vertical	Observações

Figura 01 – Modelo de caderneta de campo para levantamento topográfico com teodolito.

Caderneta de escritório

A Figura 02 mostra uma caderneta de escritório para cálculo de uma poligonal fechada ou enquadrada.

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO													
caderneta de escritório – poligonal													
Imóvel						Instrumento							
Calculista						Data							
Local						Folha							
Azimute Inicial:													
Estaca	Pt Visado	Azimuthes	Distancia Reduzida	Dif. Nível		Cotas	ΔX	ΔC_{ex}	Δy	ΔC_{ey}	coordenada X	coordenada Y	
				Corrigidas	Não corrigidas								
		</											

Figura 02 – Caderneta de escritório para cálculo de poligonal fechada.

A pós a correção dos pontos de poligonal pode ser usado o modelo de caderneta da Figura 03 para o cálculo de coordenadas das irradiações.

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO						
caderneta de escritório – irradiações						
Imóvel				Instrumento		
Calculista				Data		
Local				Folha		
Azimute inicial:						
			Distancia		coordenada	coordenada
Estaca	Pt Visado	Azimuths	Reduzida	Cotas	X	Y

Figura 03 – Modelo de caderneta para cálculo de irradiações

A NBR 13133, páginas 28,29 e 30 traz outros tipos de cadernetas de campo que podem ser usada em poligonação e nivelamento de precisão.

Croqui

Os croquis são fundamentais nos levantamentos topográficos, pois através deles é que o topógrafo coleta elementos para a elaboração do desenho topográfico.

A Figura 04 mostra um exemplo de croqui e o desenho topográfico final.

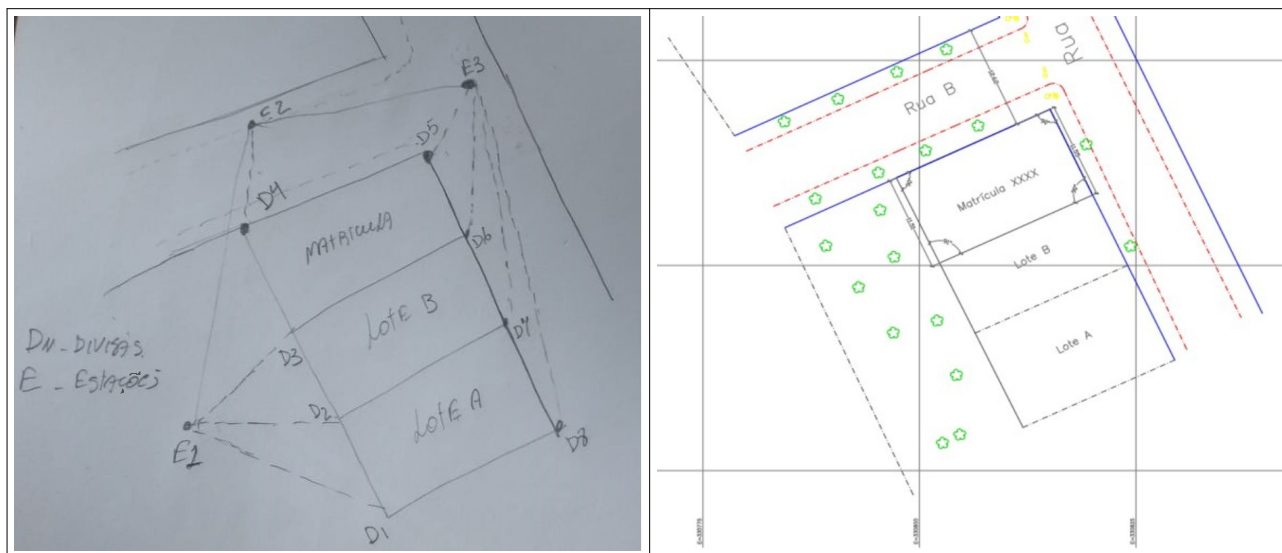


Figura 04 – Croqui de um levantamento topográfico (esquerda) e desenho topográfico (direita).

Ponto de apoio e pontos de detalhe e materialização de pontos.

Ponto de apoio

A NBR 13133 define ponto de apoio como:

“Pontos, convenientemente distribuídos, que amarram ao terreno o levantamento topográfico e, por isso, devem ser materializados por estacas, piquetes, marcos de concreto, pinos de metal, tinta, dependendo da sua importância e permanência.”

Ponto de detalhe

A NBR 13133 define ponto de detalhe como:

“Pontos importantes dos acidentes naturais e/ou artificiais, definidores da forma do detalhe e/ou do relevo, indispensáveis à sua representação gráfica.”

Materialização de pontos.

A materialização de pontos de apoio pode ser feita de várias formas, como por piquetes, marcos de concreto e pinos (VEIGA; ZANETTI & FAGGION. 2012). Na Figura 05 um ponto materializado no município de Pontal do Paraná-PR, cujos dados podem ser obtidos no aplicativo RedeGeo disponível em https://play.google.com/store/apps/details?id=contatorogerio.redegeo_v3 e <https://apps.apple.com/br/app/redegeo/id1498458251>.



Figura 05 - Ponto materializado

Para os pontos de apoio usados em trabalhos futuros deve ser feito monografia de ponto (VEIGA; ZANETTI & FAGGION. 2012). A Figura 06 ilustra um modelo de monografia de ponto topográfico.

Monografia de Marcos Universidade Federal do Paraná Setor de Ciências da Terra Departamento de Geomática	
Nome da Estação: RN 103 - Rótula N° do Ponto da Poligonal: P06 Obra: Mapeamento dos Campus Centro Politécnico e Jardim Botânico da UFPR	
Dados Gerais	
Projeto: Levantamento Planimétrico Local: Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná Objetivo: Levantamento do Contorno do Centro Politécnico. Data: 03/2001 Coordenadas (Coordenadas Topográficas): X = 678.025,450 m Y = 183.973,345 m Z = -----	
Descrição do Ponto: Marco de concreto com elevação de 40cm a partir do solo, com uma placa de identificação localizada no centro superior do marco.	
Croqui	Itinerário Partindo do portão de entrada do Centro Politécnico com acesso a BR 277, a estrada se em direção a RN 102. A partir dessa, continua-se seguindo o muro de palito aproximadamente 100 metros. O marco materializando essa estação encontra-se a alguns metros do muro de palito, próximo a algumas árvores.
Foto	

Figura 06 - Monografia de Ponto.
(Fonte: VEIGA; ZANETTI & FAGGION. 2012)

Exercício

1) Os dados da caderneta de campo abaixo é de uma poligonal fechada. O levantamento foi realizado com um teodolito, cujo constante $g = 100$.

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO											
caderneta de campo											
Imóvel						Instrumento					
Operador						Data					
Local						Folha					
Azimute inicial: 124°											
Ré	Estaca	Vante	Ângulo Horário	Azimute		FIOS			Alt. Instr.	Ângulo Vertical	Observação
E	F	G	109°30'20"	124°		0,4	0,725	1,05	1,54	92°30'00"	
F	G	H	181°38'15"			0,1	0,3	0,495	1,52	90°55'50"	
G	H	A	95°53'40"			0,33	1,025	2	1,54	90°06'30"	
H	A	B	86°56'45"			0,4	0,909	1,406	1,51	88°55'10"	
A	B	C	199°39'15"			0,3	0,74	1,18	1,47	92°18'50"	
B	C	D	44°48'10"			0,6	1,169	1,731	1,51	88°34'35"	
C	D	E	201°27'50"			0,5	0,814	1,128	1,54	90°03'40"	
D	E	F	160°09'20"			0,287	0,57	0,712	1,51	94°48'40"	

Com os dados apresentados faça:

- A partir do azimute lido, determine os azimutes de todos os vértices;
- Determine as distâncias reduzidas (lembre que o método é taqueometria);
- Determine as coordenadas relativas (ΔX e ΔY);
- Determine o erro angular e verificar se está dentro da tolerância;
- Determine a correção linear em X e Y;
- Determine o erro de fechamento linear e verifique se está dentro da tolerância;
- Determine as coordenadas X e Y corrigidas;
- Preencha a caderneta de escritório
- Plote a poligonal.

Observações:

- Os cálculos podem ser feitos com planilha eletrônica ou calculadoras, entretanto deve-se ter cuidado, pois os ângulos foram lidos em graus, minutos e segundos e em algumas calculadoras estes ângulos devem estar em graus decimais;
- Em algumas planilhas eletrônicas os ângulos devem estar em radianos para se determinar seno e cosseno;

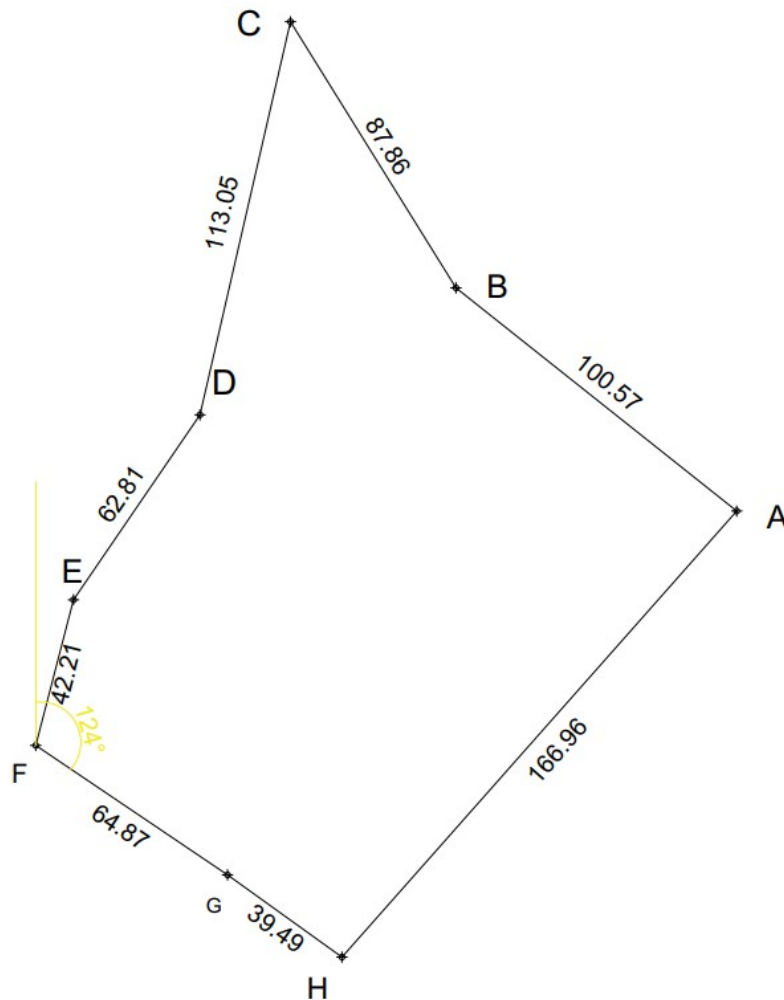
A poligonal pode ser feita em CAD.

Resposta

Caderneta de escritório

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO										
caderneta de escritório										
Imóvel				Instrumento				100		
Calculista				Data						
Local				Folha						
Azimute inicial: 124°										
Estaca	Pt Visado	Azimutes	Distancia	Cotas	ΔX	C_{ex}	Δy	C_{ey}	X	Y
F	G	124	64,8763277	n	53,7849132225		-36,27838205		1000	1000
G	H	125,64583333	39,4895817	n	32,0906097223	-0,013732337	-23,01347057	-0,00677891	1053,771181	963,714839044
H	A	41,531944	166,999403	n	110,726868147	-0,008358738	125,0134443	-0,00412626	1085,853432	940,697242214
A	B	308,4777777	100,564224	n	-78,726656435	-0,035348673	62,57217157	-0,01744972	1196,544951	1065,69323682
B	C	328,1319444	87,8565547	n	-46,385178985	-0,021286375	74,61360048	-0,01050793	1117,797009	1128,25490046
C	D	192,93472222	113,030191	n	-25,300768053	-0,018596549	-110,1621316	-0,00918011	1071,393233	1202,85932083
D	E	214,39861111	62,7999286	n	-35,478631361	-0,023925039	-51,81792879	-0,01181049	1046,06854	1092,68537874
E	F	194,50194444	42,2010397	n	-10,567683047	-0,013292827	-40,85647843	-0,00656195	1010,576616	1040,860888
						-0,008932671		-0,00440958	1000	1000
		Soma distâncias	677,81725	Erro	0,14347321054	-0,143473211	0,070824939	-0,07082494		
				Erro linear	0,16000229403					

Poligonal corrigida.



Bibliografia

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

Sites

<https://www.if.ufrgs.br/oei/santiago/fis2006/teodolito.htm>

<http://www.fec.unicamp.br/~museuLTG/equipamentos/teodolitorepetidor.htm>

<http://www.faltecbrasil.com.br/eletro.htm>

https://play.google.com/store/apps/details?id=contatorogério.redegeo_v3

<https://apps.apple.com/br/app/redegeo/id1498458251>

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 09: Cálculo de área	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

CÁLCULO DE ÁREA

Conteúdo em vídeo

<https://www.youtube.com/watch?v=0BtstMBei1A&feature=youtu.be>

Introdução

As plantas topográficas são elaboradas atualmente em programas CAD (*Computer Aided Design*) facilitando o cálculo de área, o que dispensa o emprego dos métodos analítico, gráfico ou mecânico para este fim.

Apesar do uso de *softwares* na maioria dos casos é importante conhecer as diferentes formas de se calcular a área quando não se dispõe de programas CAD ou se quer determinar a área de uma planta impressa ou um polígono cujos vértices possuem coordenadas conhecidas. Assim, nesta aula serão mostrados os métodos mecânico, gráfico e analítico para cálculo de área na Topografia.

Processo mecânico

Para calcular a área pelo processo mecânico é necessário a utilização do planímetro. O planímetro consiste em dois braços articulados, sendo que um dos braços deve ser fixado (pólo) e o outro deve percorrer o perímetro do polígono (cursor) que se deseja calcular a área (VEIGA; ZANETTI; FAGGION. 2012). A Figura 01 ilustra um modelo de planímetro.



Figura 01 - Planímetro mecânico
(Fonte : VEIGA; ZANETTI; FAGGION. 2012)

Processo Gráfico

O processo gráfico consiste em dividir o polígono objeto do cálculo da área em figuras geométricas menores com fácil determinação da área. No exemplo da Figura 02 foi determinada a área de um polígono pelo método gráfico onde a figura foi dividida em aproximadamente 43

quadrados (estimativa com os quadrados não inteiros) de 1 m², ou seja a área total é de 43 m². A área total é dada por:

$$A = \sum S_n \quad (1)$$

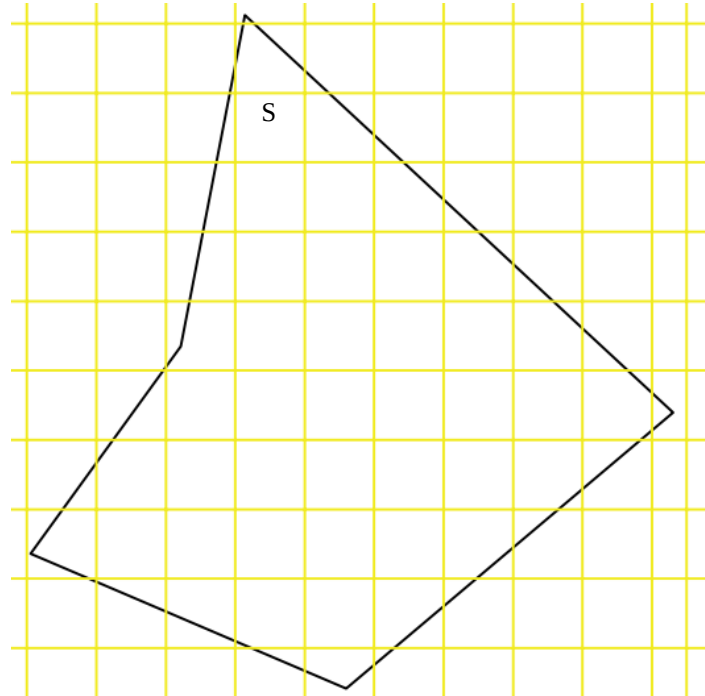


Figura 02 – Cálculo da área pelo método gráfico.

A mesma área calculada utilizando o CAD é de 42,62 m².

Processo analítico – fórmula de Gauss.

No processo analítico a área é determinada a partir do cálculo da área de trapézios definidos pelas coordenadas dos pontos do polígono. Na Figura 03 podemos observar que a área do polígono A,B,C e D é determinada com a soma das áreas A1 e A2 subtraídas das áreas A3 e A4.

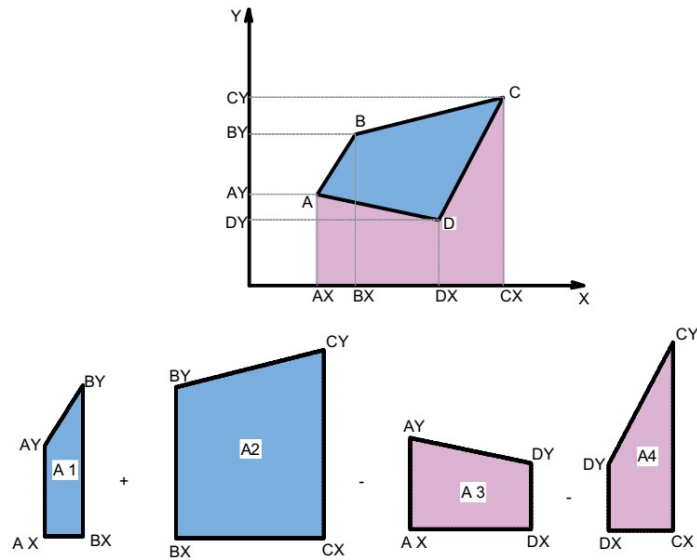


Figura 03 – Processo analítico para calculo de área

A área do trapézio é dada por:

$$A_T = \frac{(B+b) * h}{2} \quad (2)$$

onde B é a base maior, b é a base menor e h é a altura.

Considerando o exemplo da Figura 03 a área A_1 , A_2 , A_3 e A_4 são dadas por:

$$A_1 = \frac{(AY + BY) * (BX - AX)}{2} \quad (3)$$

$$A_2 = \frac{(CY + BY) * (CX - BX)}{2} \quad (4)$$

$$A_3 = \frac{(DY + AY) * (DX - AX)}{2} \quad (5)$$

$$A_4 = \frac{(CY + DY) * (CX - DX)}{2} \quad (6)$$

Somando $A_1 + A_2$ e subtraindo $A_3 + A_4$, ou seja:

$$A_T = A_1 + A_2 - A_3 - A_4 \quad (7)$$

$$2A = (AY + BY) * (BX - AX) + (CY + BY) * (CX - BX) - (DY + AY) * (DX - AX) - (CY + DY) * (CX - DX) \quad (8)$$

A equação (8) resulta em:

$$2A = AY * BX - BY * AX - CY * BX + BY * CX + DY * AX - AY * DX + CY * DX - DY * CX \quad (9)$$

A expressão (9) pode ser obtida por uma técnica mnemônica, onde as coordenadas dos pontos são dispostas conforme expressão (10) e a coordenada do primeiro ponto é repetido na última linha.

$$2A = \begin{vmatrix} AX & AY \\ BX & BY \\ CX & CY \\ DX & DY \\ AX & AY \end{vmatrix} \quad (10)$$

Para obter a equação da área basta multiplicar cruzado conforme mostra a expressão (10). Podemos verificar que o produto da multiplicação do lado esquerdo é positivo e do lado direito é negativo.

Realizando as operações citadas obtemos a seguinte expressão:

$$2A = (AY * BX) + (BY * CX) + (CY * DX) + (DY * AX) - (BY * AX) - (CY * BX) - (DY * CX) - (AY * DX) \quad (11)$$

A expressão (11) é igual à expressão (9).

Cálculo de área em CAD

Nos *softwares* de desenho ou específico para Topografia a área é facilmente calculada apenas com um comando. No caso do AUTOCAD o comando é: “area”. A Figura 03 mostra a determinação da área de um polígono no AUTOCAD.

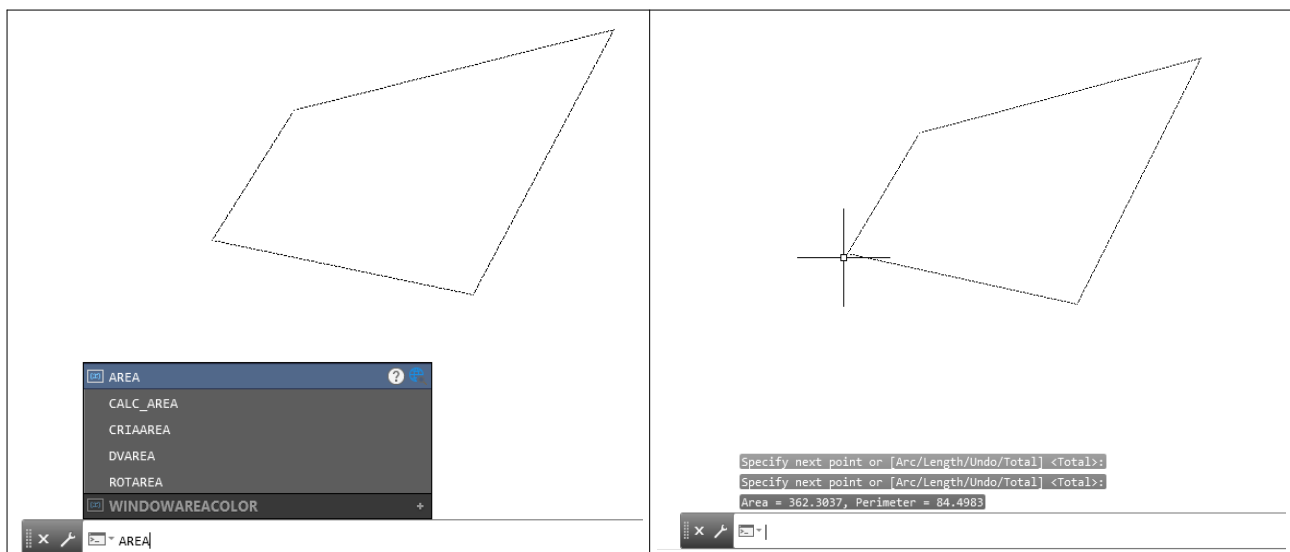


Figura 03 – Determinação de área no AUTOCAD, comando “area” (esquerda) e a área calculada pela especificação dos vértices (direita)

Exercício

1) Calcule a área de uma propriedade que possui três vértices com as seguintes coordenadas em metros:

- A(30,300);
- B(5000,5000);
- C(8000,2000).

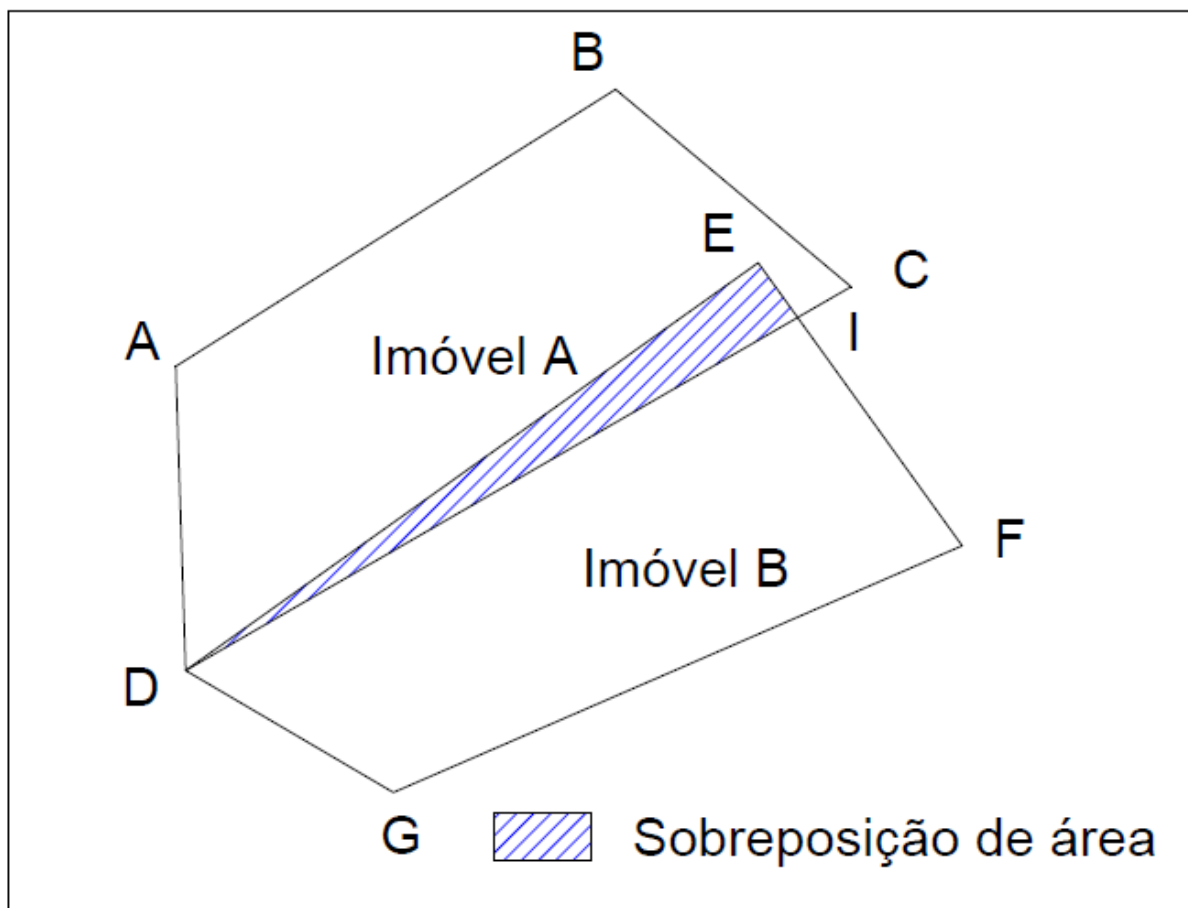
Resposta: 14910000 m²

2) Duas propriedades possuem quatro vértices cada. As coordenadas registradas encontra-se tabela abaixo:

Propriedade A			Propriedade B		
Vértice	X (km)	Y(km)	Vértice	X(km)	Y(km)
A	99,3573	119,8105	D	100,000	100,00
B	127,9804	137,8558	E	137,2605	126,5584
C	143,3013	125,0000	F	150,5315	108,1264
D	100,000	100,00	G	113,5202	92,0538

Após materializar os vértices constatou-se que uma coordenada do imóvel “B” encontrava-se no interior da propriedade “A”, o que acarreta sobreposição de área. Ao materializar as divisas adjacentes verificou-se que a coordenada da intersecção equivale a $I_x = 139,8268$, $I_y = 122,994$. Sabendo que o alinhamento CD do imóvel “A”, faz divisa com o alinhamento DE do imóvel “B”, conforme o croqui abaixo, determine:

- a) A área do imóvel A;
- b) A área do imóvel B;
- c) A área de sobreposição.
- d) Qual a porcentagem de área invadida no imóvel A



Respostas

a) $A_A = 759,165 \text{ Km}^2$

		Imóvel A		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	99,3573	119,8105	Multiplicação
	15333,39571	127,9804	137,8558	-13696,9801
	19754,91535	143,3013	125	-15997,55
	12500	100	100	-14330,13
	9935,73	99,3573	119,8105	-11981,05
Total	57524,04107			-56005,7101
Area	759,1654947			

b) $A_B = 775,323 \text{ Km}^2$

		Imóvel B		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	100	100	Multiplicação
	13726,05	137,2605	126,5584	-12655,84
	19051,02579	150,5315	108,1264	-14841,4837
	12274,53055	113,5202	92,0538	-13856,9966
	9205,38	100	100	-11352,02
Total	54256,98634			-52706,3403
Área	775,3230105			

c) $A_c = 100,484 \text{ Km}^2$

		Sobreposição		
		Coordenadas		
		X	Y	
	Multiplicação	100	100	Multiplicação
	13726,05	137,2605	126,5584	-12655,84
	17696,25609	139,8268	122,994	-16882,2179
	12299,4	100	100	-13982,68
Total	43721,70609			-43520,7379
Área	100,4840741			

d) Porcentagem do imóvel A invadido **13,2361%**

Bibliografia

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

	TOPOGRAFIA I	
	Aula teórica 10: Escala/unidades de medidas/Carta, Mapa, Planta/ Desenho Topográfico	
	Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes	

ESCALA/UNIDADES DE MEDIDAS/CARTA, MAPA, PLANTA/ DESENHO TOPOGRÁFICO

Conteúdo em vídeo

Parte 1 - <https://www.youtube.com/watch?v=FQf-XNJGcY&feature=youtu.be>

Parte 2 - <https://www.youtube.com/watch?v=-dIg9PumBSg&feature=youtu.be>

Parte 3 - <https://www.youtube.com/watch?v=vJtYkY46WqY&feature=youtu.be>

Introdução

A elaboração de uma planta topográfica inclui aplicação das normas técnicas de desenho, determinação de escala, unidades medidas convenientes, convenções e demais elementos. Assim, serão apresentados nesta aula a determinação de escalas, as unidades de medidas usadas no contexto da Topografia, os quesitos básicos do desenho topográfico bem como a definição de carta, mapa e planta e demais tópicos pertinentes.

Escala

Escala pode ser definida como a relação entre dimensão de um elemento no desenho e a dimensão real do mesmo. No caso da Topografia é a relação entre uma distância no desenho e a distância no terreno.

Matematicamente:

$$E = \frac{D}{R} \quad (1)$$

onde D é a dimensão no desenho e R é a dimensão no real.

A escala é representada por 1 dividido pelo módulo ou título (M)

$$E = \frac{1}{M} \quad (2)$$

De acordo com a NBR 8196 as escalas podem ser de redução ($0 < E < 1$), ampliação ($E > 1$) ou naturais ($E = 1$). Caso $E = -1$ a planta é espelhada.

Em topografia é comum utilizar as escalas de 1:250, 1:200, 1:1000, embora outras escalas podem ser usadas. A NBR 13133 indica as escalas de acordo com os tipos de poligonais.

Na tabela que segue são apresentadas as escalas e algumas aplicações (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012):

Tabela 01 – Escala usadas em topografia
(Fonte: VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012)

Aplicação	Escala
Detalhes de terrenos urbanos	1:50
Planta de pequenos lotes e edifícios	1:100 e 1:200
Planta de arruamentos e loteamentos urbanos	1:500 e 1:1000
Planta de propriedades rurais	1:1000 1:2000 1:5000
Planta cadastral de cidades e grandes propriedades rurais ou industriais	1:5000 1:10 000 1:25 000
Cartas de municípios	1:50 000 1:100 000
Mapas de estados, países, continentes ,etc.	1:200 000 a 1:10 000 000

As escalas são adimensionais, para exemplificar imagine uma escala de 1:100:

$$E = \frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = \frac{1}{100} \quad (3)$$

Note que tanto no desenho como no real as unidades devem ser as mesmas.

Uma escala de 1:100 significa que 1 cm no desenho corresponde a 100 cm no real.

Também é importante entender o significado de uma escala grande e uma escala pequena:

- Escala grande → denominador pequeno;
 - Escala pequena → denominador grande.
- Assim $1:100 > 1:200$.

Unidades de Medidas

No Brasil utilizamos as unidades de medidas linear no Sistema Internacional (SI), conforme Tabela 02:

Tabela 02 – Unidades de medidas no S.I.

Nome	Unidade	Em metros
Quilômetro	km	1000 m
Hectômetro	hm	100 m
Decâmetro	dam	10 m
Metro	m	1 m
Decímetro	dm	0.1 m
Centímetro	cm	0.01 m
Milímetro	mm	0.001 m

Também podem aparecer no Brasil outras unidades de medidas (Tabela 03):

Tabela 03 – Outras unidades de medidas usadas no Brasil.

Nome	Relação	Em metros
Légua	3000 braças	6600 m
Légua marítima		5555,5 m
Quadra	60 braças	132 m
Corda	15 braças	33 m
Braça	2 varas	2,20 m
Vara	5 palmos	1,10 m

Em alguns países como *USA* e *Inglaterra* podem ser usadas outras unidades de medidas (Tabela 04):

Tabela 04: Unidade de medidas usadas em outros países.

Nome	Unidade	Relação	Em metros
Polegada	in	2,54 cm	2,54 cm
Pé	ft	12 in	30.48 cm
Jarda	yd	3 ft	91.44 cm
Milha	mi	5.280 ft	1609,344 m

As unidades de medidas superficial utilizadas no Brasil no S.I. são (Tabela 05):

Tabela 05 – Unidades de medidas utilizadas superficial no Brasil

Nome	Unidade	Em metros quadrados
Metro quadrado	m ²	1 m ²
Are	a	100 m ²
Hectare	ha	10000 m ²

O alqueire também é usado no Brasil como unidade de medida superficial, entretanto seu valor varia com a região e nos casos em que a área for expressa nesta unidade de medida superficial deve-se atentar para o valor do mesmo na região. Por Exemplo, o alqueire paulista equivale a 110x220 metros ou 2,42 ha, já o alqueire-mineiro equivale a 220x220 metros ou 4,84 ha.

Definição de Carta ou Mapa e Planta.

As definições de Carta ou Mapa e Planta são apresentadas na NBR 1333.

Carta ou mapa

Define-se carta ou mapa (NBR 13133) :

“Representação gráfica sobre uma superfície plana, dos detalhes físicos, naturais e artificiais, de parte ou de toda a superfície terrestre - mediante símbolos ou convenções e meios de orientação indicados, que permitem a avaliação das distâncias, a orientação das direções e a localização geográfica de pontos, áreas e detalhes -, podendo ser subdividida em folhas, de forma sistemática, obedecendo um plano nacional ou internacional. Esta representação em escalas médias e pequenas leva em consideração a curvatura da Terra, dentro da mais rigorosa localização possível relacionada a um sistema de referência de coordenadas. A carta também pode constituir-se numa representação sucinta de detalhes terrestres, destacando, omitindo ou generalizando certos detalhes para satisfazer requisitos específicos. A classe de informações, que uma carta, ou mapa, se propõe a fornecer, é indicada, freqüentemente, sob a forma adjetiva, para diferenciação de outros tipos, como, por exemplo, carta aeronáutica, carta náutica, mapa de comunicação, mapa geológico.”

Planta

Define-se planta (NBR 13133):

“ Representação gráfica de uma parte limitada da superfície terrestre, sobre um plano horizontal local, em escalas maiores que 1:10000, para fins específicos, na qual não se considera a curvatura da Terra.”

Desenho Topográfico

A NBR 13133 define desenho topográfico ou desenho final como:

“ Peça gráfica realizada, a partir do original topográfico, sobre base transparente, dimensionalmente estável (poliéster ou similar), quadriculada previamente, em formato definido nas NBR 8196, NBR 8402, NBR 8403, NBR 10068, NBR 10126, NBR 10582 e NBR 10647, com área útil adequada à representação do levantamento topográfico, comportando, ainda, moldura e identificadores segundo modelo definido pela destinação do levantamento.”

Os objetivos do desenho topográfico são:

- Informar com precisão as feições levantadas em campo;
- Informar dados adicionais como orientação, origem das coordenadas etc.

Convenções topográficas.

Algumas feições podem ser representadas por símbolos. A NBR 13133 apresenta uma série de símbolos que podem ser usados nas plantas topográficas (Figura 01).

CURVAS DE NÍVEL 	CERCA DE ARAME 	TELEFONE / CORREIO TELEFONE CORREIO	PEDRA / ROCHA
ESTRADA PAVIMENTADA 	CERCA DE MADEIRA OU TAPUME 	ESTAÇÃO DE LEVANTAMENTO PIQUETE PINO MARCO	MATO / CULTURA
CAMINHO 	CERCA VIVA 	VÉRTICES GEODÉSICOS 1ª ORDEM 2ª ORDEM 3ª ORDEM	ÁRVORE ISOLADA
GUIA 	CERCA MISTA 	VÉRTICES TOPOGRÁFICOS P.O. PRINCIPAL P.O. SECUNDÁRIA P.O. AUXILIAR	RIO / RIBEIRÃO CÓRREGO / FILETE
GUIA REBAIXADA 	ALAMBRADO OU GRADIL 	RN OFICIAL 1ª ORD. 2ª ORD. 3ª ORD.	ALAGADO
ESTRADA DE FERRO 	ESCALADA (SOBRE) 	RN TOPOGRÁFICO 8 mm 12 mm 20 mm	ALAGADO COM VEGETAÇÃO BREJO
EIXO 	BOCA-DE-LOBO E BOCA-DE-LEÃO 	PONTO COTADO 725.12 725.12	LAGOA / REPRESA
ALINHAMENTO INDEFINIDO 	POÇO DE VISITA O PV (NÃO IDENTIFICADO) O ES (ESSOTO) O AP (ÁGUAS PLUVIAIS) O TL (TELEFONE) O EL (ELETRICIDADE)	PONTO DE DIVISA NÃO MATERIALIZADO 	CANAleta CAN - 0,60 m
CONSTRUÇÃO ALVENARIA 	HIDRANTE / REGISTRO O HD (HIDRANTE) O RG (REGISTRO D'ÁGUA)	TORRE DE ALTA-TENSÃO 	TUBO 0,50 m ENTERR. A FLOR
CONSTR. DE LAJE OU COBERTURA 	CAIXA DE INSPEÇÃO O CI (TELEFONE) O CE (ELETRICIDADE) O CX (NÃO IDENTIFICADO)	VALETA 	PONTE
MURO 	POSTE / LUMINÁRIA O P (POSTE) O L (LUMINÁRIA)	TALUDE TOPO BASE	PONTO DE SONDAGEM
MURO DE ARRIMO (BASE) (TOPO)	PLACAS DE SINALIZAÇÃO O PL (PLACA) O SM (SINALIZADOR)	AREIA 	

Figura 01 – Convenções topográficas
(Fonte: NBR 13133)

Elementos do desenho técnico

Para a elaboração de uma planta topográfica de qualidade é necessário aplicar os conhecimentos de desenho técnico. Neste tópico será mostrado os elementos principais que devem estar presentes na planta topográfica e as normas que devem ser seguidas.

Os desenhos topográficos devem ser elaborados em folhas padrão normatizados pela NBR 10068. Na tabela que segue são apresentados os formatos da série A.

Tabela 06 – Folha série A

Fonte: NBR 10068

Designação	Dimensões
A0	841 x 1189
A1	594 x 841
A2	420 x 594
A3	295 x 420
A4	210 x 297

A NBR 10582 define os espaços para texto, desenho legendas e demais elementos (Figura 02).

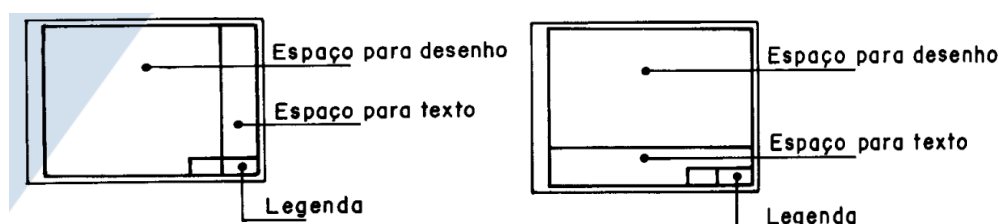


Figura 02 – Espaços para desenho, texto e legenda segundo NBR10582.
(Fonte: NBR 10582)

Ainda de acordo com a NBR 10582 a legenda deve conter:

- a) *designação da firma;*
- b) *projetista, desenhista ou outro, responsável pelo conteúdo do desenho;*
- c) *local, data e assinatura;*
- d) *nome e localização do projeto;*
- e) *conteúdo do desenho;*
- f) *escala (conforme NBR 8196);*
- g) *número do desenho;*
- h) *designação da revisão;*
- i) *indicação do método de projeção (conforme NBR 10067);*
- j) *unidade utilizada no desenho conforme a NBR 10126.”*

O tamanho da legenda é normatizado na NBR 10068, onde consta:

- Formatos A4, A3 e A2 → 178 mm de comprimento.
- Formatos A1, A0 → 175 mm de comprimento.

A Figura 03 Ilustra um exemplo de legenda para planta topográfica.

	Levantamento Planimétrico		
	Assunto: Levantamento planimétrico campus CPP-CEM-UFPR		
Cliente: Disciplina Topo 1	Escala: 1: 200		
Local: Av. Beira Mar, s/n. Pontal do Sul, Pontal do Paraná.	Revisão: 17/08/20	Data: 17/08/2020	
Responsável: Prof. Dr. Alexandre B. Lopes Matrícula: XXXXXXXX	Desenho: Prof. Dr. Alexandre B. Lopes Matrícula: XXXXXXXX	Folha 01	

Figura 03 – Modelo de legenda.

A Tabela 07 apresenta as demais normativas presentes na NBR 13133 que devem ser conhecidos para elaboração do desenho topográfico.

Tabela 07 – Itens da NBR 13133 importantes para elaboração do desenho topográfico

Item da NBR 13133	Página	Descrição NBR13133
5.23	11	<i>Os elementos levantados no campo, devidamente calculados e compensados, devem ser lançados na escala predeterminada, numa base dimensionalmente estável quadriculada, constituindo-se no original topográfico.</i>
5.23.1	11	<i>A quadriculação da base deve ser realizada com a utilização de coordenatôgrafos de boa qualidade ou mesa de desenho automático (plotter) em quadriculas de 10 cm de lado.</i>
5.23.2	11	<i>Os processos e instrumentos utilizados na elaboração do original topográfico devem estar de acordo com a escala adotada e não devem conduzir erros de graficismo que prejudiquem a exatidão conseguida nas operações de campo.</i>
5.23.6	11	<i>O lançamento dos pontos de detalhe pode ser realizado por suas coordenadas plano retangulares ou por meio de suas coordenadas polares, no sistema topográfico adotado.</i>
5.23.8	11	<i>As curvas de nível devem ser traçadas a partir dos pontos notáveis definidores do relevo, passando pelas interpolações controladas nas altitudes ou cotas entre pontos de detalhe. As curvas-mestras, espaçadas de cinco em cinco curvas, devem ser reforçadas e cotadas. No caso de haver poucas curvas-mestras, as intermediárias também devem ser cotadas.</i>
5.24	11	<i>O desenho topográfico final do levantamento topográfico deve ser obtido por cópiagem do original topográfico, de forma permanente sobre base dimensionalmente estável, e deve utilizar as convenções topográficas adotadas nesta Norma (ver Anexo B). Alternativamente, pode ser substituído por mesa de desenho automático.</i>
5.24.1	12	<i>As plantas devem ser apresentadas em formatos definidos pela NBR 10068, adequadas à finalidade do levantamento topográfico pelas suas áreas úteis, com representação de quadriculas de 10 cm de lado, trazendo nas bordas da folha as coordenadas planorretangulares de identificação da linha que representam, comportando, ainda, moldura, convenções e identificadores segundo modelo definido pela destinação do levantamento.</i>
5.24.2	12	<i>A toponímia, os números e outras referências devem ser desenhados de acordo com a NBR 6492</i>
5.24.3	12	<i>Os vértices das poligonais do apoio topográfico e as referências de nível devem estar lançadas nas plantas, sendo estas com as suas altitudes ou cotas assinaladas conforme 5.22.2 e os vértices locados por suas coordenadas conforme 5.22.1.3.</i>
5.24.4	12	<i>No desenho final também devem ser registradas as origens planimétrica e altimétrica, bem como a finalidade do levantamento.</i>
5.22.2	11	<i>Altimetricamente, os resultados dos cálculos devem ser registrados até milímetros, centímetros e decímetros, respectivamente, para as altitudes ou cotas obtidas por nivelamento geométrico, nivelamento trigonométrico e nivelamento estadimétrico.</i>
5.22.1.3	11	<i>Processados os cálculos, as coordenadas analíticas devem ser registradas de forma concordante com as medidas observadas.</i>

Erro de graficismo

De acordo com a NBR 13133 define-se erro de graficismo:

“Erro máximo admissível na elaboração de desenho topográfico para lançamento de pontos e traçados de linhas, com o valor de 0,2 mm, que equivale a duas vezes a acuidade visual”

A partir do valor apresentado pela NBR 13133 podemos verificar o menor valor representável em uma escala, ou seja, podemos definir o valor da precisão da escala (pe). Matematicamente (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012):

$$pe = eg \times M \quad (4)$$

A Tabela 08 mostra a precisão da escala em função das escalas utilizadas na Topografia.

Tabela 08 – Representação da precisão da escala.

eg (mm)	0,2		
Escala	M	pe (cm)	pe (m)
1/10000	10000	200	2
1/5000	5000	100	1
1/2000	2000	40	0,4
1/1000	1000	20	0,2
1/500	500	10	0,1
1/250	250	5	0,05
1/200	200	4	0,04
1/100	100	2	0,02
1/50	50	1	0,01

Escala gráfica

A escala gráfica auxilia na leitura de mapas e consiste em retângulos cujo comprimento representa graficamente a relação entre as dimensões do objeto no desenho e no terreno (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012).

O tamanho do retângulo é determinado por:

$$\frac{1}{M} = \frac{D}{R} \rightarrow D = \frac{R}{M} \quad (5)$$

onde M é o denominador da escala, chamado de módulo ou título da escala, D é a dimensão no desenho e R é a dimensão no terreno.

A Figura 04 ilustra um exemplo de escala gráfica em um desenho cuja escala é 1:5000. Para conhecer o tamanho do retângulo no desenho que corresponda a 100 m no terreno devemos aplicar a equação (5):

$$D = \frac{R}{M} = \frac{10000 \text{ cm}}{5000} = 2 \text{ cm} \quad (6)$$

Na Figura 04 a figura superior indica o tamanho do retângulos e na figura inferior a metragem correspondente no terreno.

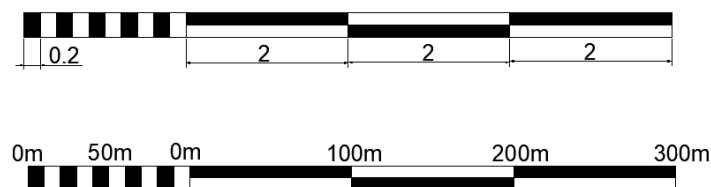


Figura 04 – Escala gráfica

A Figura 05 mostra a apresentação final de escala gráfica, embora outros modelos podem ser usados.

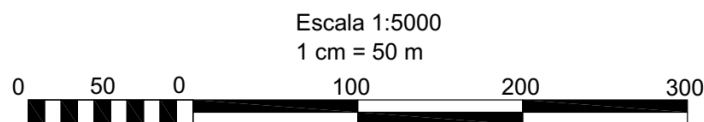


Figura 05 - Apresentação final de escala gráfica.
(Fonte: Adaptada de VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012)

Desenho topográfico em programas CAD

Atualmente o uso de estações totais nos levantamentos de campo, o uso de *softwares* específicos no processamento de dados e o uso de CAD proporcionam qualidade e rapidez na elaboração das plantas topográficas.

Alguns programas específicos para processamento de dados topográficos possuem um CAD próprio, outros trabalham junto com o CAD, como por exemplo o Sistema Posição (<http://www.posicao.com.br/>), que trabalha com o AUTOCAD.

É importante que o usuário tenha conhecimento para desenhar, trabalhar com *layers*, cotas, determinação de áreas e plotagem.

A Figura 06 mostra um exemplo de planta topográfica elaborada em um CAD.

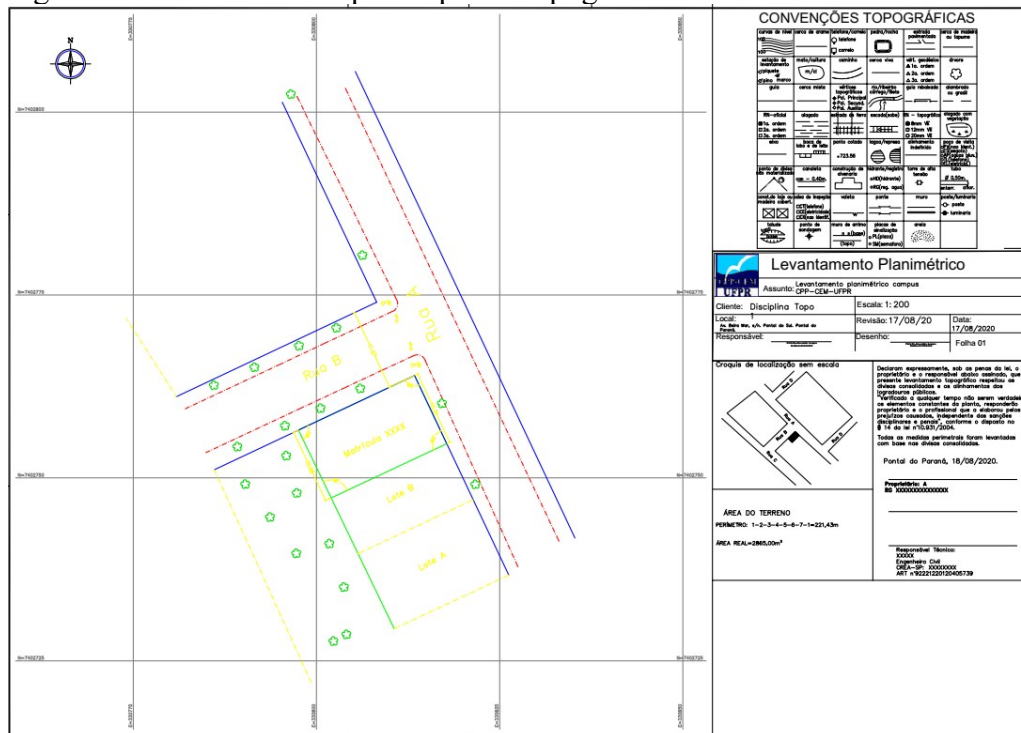


Figura 06 – Exemplo de planta topográfica elaborada em CAD.

Exercícios

1) Considere um terreno que mede 65 m x 55 m que deve ser representado em um papel que mede 28 cm x 12,5 cm. Com as medidas do terreno e do papel determine a escala a ser adotada no desenho.

Solução:

Inicialmente define-se os eixos

	Terreno	Papel
Eixo X	65 m	28 cm
Eixo Y	55 m	12,5 cm

Assim devemos determinar a escala adequada para cada eixo.

Eixo X:

$$E = \frac{D}{R} = \frac{28 \text{ cm}}{6500 \text{ cm}} = 0,0043 \text{ o valor de } M \text{ é: } \frac{1}{M} = 0,0043 \rightarrow M = 232,56$$

Como as escalas devem ser valores arredondados e padronizadas será adotada a escala menor entre 1:200 e 1:250, ou seja, a escala para o eixo x é de 1:250.

Eixo Y:

$$E = \frac{D}{R} = \frac{12,5 \text{ cm}}{5500 \text{ cm}} = 0,00227 \text{ o valor de } M \text{ é: } \frac{1}{M} = 0,00227 \rightarrow M = 439,99$$

No eixo Y o valor adotado entre 1:400 e 1:500 deve ser 1:500.

Considerando o eixo X e O eixo Y a escala a ser adotada é de 1:500

2) Qual o tamanho da testada de um terreno representado por uma linha de 3 cm no desenho cuja escala é 1:500 ?

Solução:

$$\frac{D}{R} = \frac{0,03}{R} = \frac{1}{500} \rightarrow R = 0,03 * 500 = 15$$

A testada do terreno mede 15 metros.

Bibliografia

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 13133: Execução de levantamento topográfico – procedimento. Rio de Janeiro, 1994.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 10068: Folha de desenho - leiaute e dimensões. Rio de Janeiro, 1987.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 10582: Conteúdo da folha para desenho técnico. Rio de Janeiro, 1988.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 8196: Emprego de escalas em Desenho Técnico: Procedimentos. Rio de Janeiro, 1983.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 10067: Princípios gerais de representação em desenho técnico. Rio de Janeiro, 1995.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas: NBR 10126: Cotagem em desenho técnico. Rio de Janeiro, 1987.

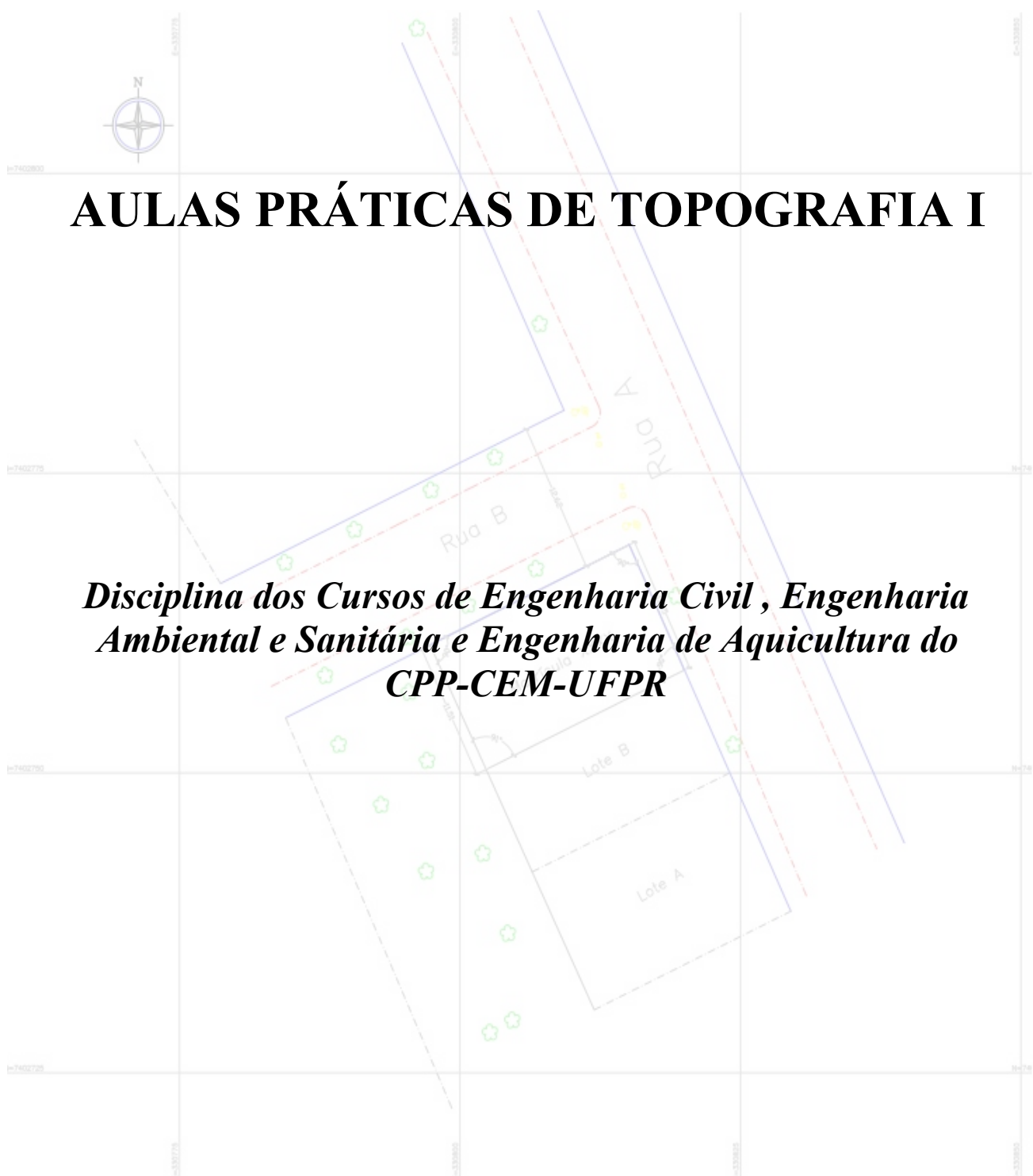
VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. Fundamentos de Topografia. Engenharia Cartográfica e de Agrimensura Universidade Federal do Paraná. UFPR. 2012.

Sites

<http://www.posicao.com.br/>



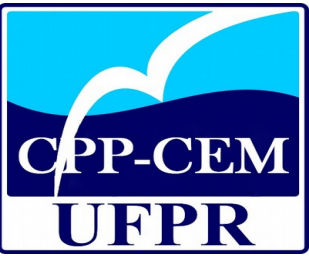
**Universidade Federal do Paraná
Campus Pontal do Paraná
Centro de Estudos do Mar**



AULAS PRÁTICAS DE TOPOGRAFIA I

***Disciplina dos Cursos de Engenharia Civil , Engenharia
Ambiental e Sanitária e Engenharia de Aquicultura do
CPP-CEM-UFPR***

Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes

	Trabalho campo 1 – fechamento poligonal	
	Discente:	Matrícula:
	Curso:	Turma:
	Prof. Dr. Alexandre B. Lopes	Data:
	OBS: As respostas devem ser claras para que a questão seja considerada.	Nota:

1 - Objetivo

O objetivo da aula prática 1 é mostrar o equipamento, enfatizar os cuidados que o operador deve ter ao transportar, estacionar e operar o equipamento e fazer uma poligonal fechada com a medição de ângulos e distâncias preenchendo uma caderneta de campo. O equipamento utilizado será uma estação total, entretanto as coordenadas e respectivos erros devem ser realizados com calculadora científica para preenchimento da caderneta de escritório.

2 - Cuidados com equipamento

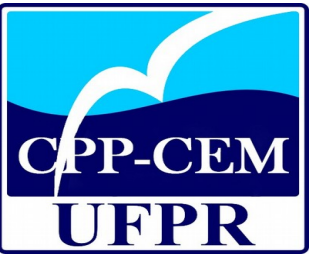
Os equipamentos topográficos devem ser manuseados com extrema cautela, pois tombos ou mau uso podem inviabilizar seu uso. Neste caso algumas precauções devem ser tomadas por quem vai trabalhar com o mesmo. Os principais cuidados são:

1. Ao transportar o equipamento verifique que as malas de transporte estão devidamente fechadas;
2. Colocar o equipamento na mala de transporte conforme indicado pelo fabricante;
3. Colocar o tripé devidamente posicionado no ponto de interesse e sempre segurar na alça do equipamento desde a hora que tirar da mala de transporte até rosquear no tripé;
4. Nunca transportar o equipamento rosqueado no tripé, isto pode empenar as alidades do equipamento;
5. Não expor o equipamento a condições ambientais extremas, evitar que o equipamento fique exposto a poeira, chuva, etc,
6. Observar as condições de trabalho, não operar o equipamento próximos a animais que possam derrubar o equipamento ou em locais onde o trânsito de veículos automotores ou não pode ocasionar acidentes e chocar com o equipamento;
7. Certifique que o tripé esteja fixado e não corre o risco de cair, ou escorregar;
8. Em hipótese nenhuma deixe o equipamento, sempre tenho o mesmo em vista;
9. Não trave o equipamento e force o movimento;
10. O transporte do equipamento deve ser feito sempre em malas de transporte.

3 - Cuidados ao operar o equipamento.

O operador deve atentar para ter os seguintes cuidados;

1. Estacione o equipamento sempre a uma altura adequada, para que o operador fique confortável ao operar o equipamento;
2. Sempre que possível evite estacionar o equipamento em locais de difícil acesso, como em locais que o operador tenha dificuldades em operar o equipamento;
3. Nunca olhe para o sol com a luneta do equipamento, isto pode causar danos irreversíveis para o operador;
4. O operador deve fazer as leituras ou mirar alvo sem colocar a mão no tripé , pois isto pode desnivelar a base provocando erro no levantamento.
5. Em hipótese nenhuma encoste o bastão do prisma ou régua em fios de alta tensão. A levantar o prisma ou régua certifique-se de que não há fios de alta tensão nos arredores. E caso tenha postes de energia verifique cuidadosamente se a altura da régua ou prisma não encosta nos fios.

	Trabalho campo 1 – fechamento poligonal	
	Discente:	Matrícula:
	Curso:	Turma:
	Prof. Dr. Alexandre B. Lopes	Data:
	OBS: As respostas devem ser claras para que a questão seja considerada.	Nota:

4 - Procedimento de campo

Em campo será marcado (com estacas) uma poligonal de 3 vértices, onde será estacionado o equipamento. A seguir o roteiro a ser seguido:

1. Estacionar o equipamento, observando os cuidados descritos no item 2 e 3;
2. Definir RÉ e VANTE e verificar se os ângulos que o equipamento está medindo (horário ou anti-horário);
3. Definir se o caminhamento será horário ou anti-horário.
4. Obedecer os critérios para minimizar os erros aleatórios;
5. Observar se a distância medida é a horizontal ou inclinada;
6. Como o objetivo será apenas o fechamento da poligonal, o operador deve anotar apenas o ângulo horário e a distância;
7. Orientar a poligonal, observar o norte magnético e ler o azimuth inicial.

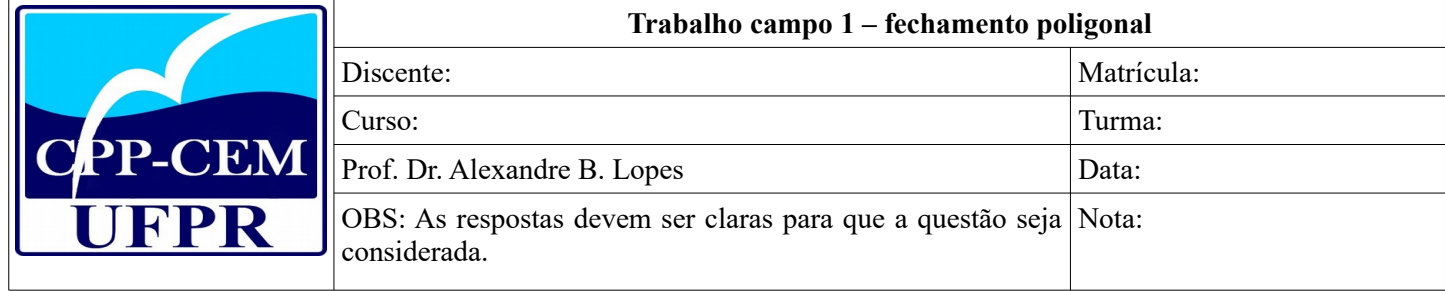
5 – Procedimento de escritório

Com os dados coletados deverá ser calculado;

1. O erro de fechamento angular e observar se o mesmo está dentro da tolerância, ver NBR 13133;
2. O erro de fechamento linear e verificar se o mesmo está dentro da tolerância, ver NBR 13133;
3. Calcular as coordenadas das estações corrigidas (ver procedimento da aula teórica);
4. Fazer o desenho topográfico seguindo as orientações da NBR 13.133;
5. Apresentar um relatório completo do levantamento (ver norma para apresentação de relatório técnico), aprestando as atividades de campo, equipamento usado, com respectiva precisão e desenho.

Observações:

1. No caso das estações totais os dados podem ser descarregados via USB, entretanto neste caso devem ser utilizados softwares específicos para a elaboração dos cálculos. Como o levantamento tem fins didáticos serão usados poucos pontos e os dados poderão ser calculados usando planilha eletrônica e o desenho pode ser elaborado em CAD;
2. O relatório deve ser apresentado e discutido em sala de aula em data pré definida.

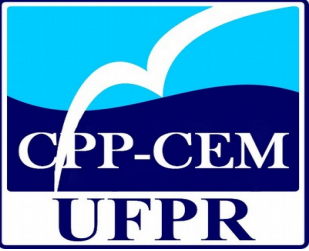


Modelo de caderneta de campo – poligonal

[illegible]

Modelo de caderneta de escritório – poligonal

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO										
caderneta de escritório – poligonal										
Imóvel			Instrumento							
Calculista			Data							
Local			Folha							
Azimute inicial: 124°										
Estaca	Pt Visado	Azimuthes	Distancia Reduzida	Cotas	ΔX	Cex	Δy	Cey	coordenada X	coordenada Y
		Soma distâncias	0	Erro		0	0	0		
					0					
				Erro em x						
				Erro em y						
				Erro linear						
				Erro Angular						

	Trabalho campo 2 – Métodos das irradiações	
	Discente:	Matrícula:
	Curso:	Turma:
	Prof. Dr. Alexandre B. Lopes	Data:
	OBS: As respostas devem ser claras para que a questão seja considerada.	Nota:

1 – Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo fazer um levantamento topográfico planimétrico pelo métodos das irradiações em local a ser definido. Apesar de ser usado estação total, todos os cálculos devem ser realizados pelo autor do levantamento para que possa aprender a manipular tabelas, processar dados independentemente do levantamento ser feito com estação total ou teodolito.

2 - Atividade de campo e escritório

Roteiro a ser seguido em campo.

1. Verificar todos os cuidados com segurança do operador e do equipamento, conforme visto;
2. Reconhecer o local e elaborar um croqui, identificando a poligonal usada;
3. Estaquear a poligonal;
4. Determinar o azimute inicial;
5. Realizar o levantamento.

Atividades de escritório.

1. Calcular a poligonal, corrigir os erros de fechamento angular e linear;
2. Calcular as coordenadas das irradiações;
3. Fazer o desenho topográfico seguindo as orientações da NBR 13.133;
4. Determinar a área das edificações e dos limites do terreno;
5. Apresentar um relatório completo do levantamento (ver norma para apresentação de relatório técnico), aprestando as atividades de campo, equipamento usado, com respectiva precisão e desenho.

Observações:

1. No caso das estações totais os dados podem ser descarregados via USB, entretanto neste caso devem ser utilizados softwares específicos para a elaboração dos cálculos. Como o levantamento tem fins didáticos serão usados poucos pontos e os dados poderão ser calculados usando planilha eletrônica e o desenho pode ser elaborado em CAD;
2. O relatório deve ser apresentado e discutido em sala de aula em data pré definida.



Matrícula:

Turma:

Data:

Nota:

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO

caderneta de campo

Operador	Data
----------	------

Azimuth inicial:

[illegible]



Discente:

Matrícula:

Curso:

Turma:

Prof. Dr. Alexandre B. Lopes

Data:

OBS: As respostas devem ser claras para que a questão seja considerada.

Nota:

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO
caderneta de escritório – poligonal

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO
caderneta de escritório – poligonal

[illegible]



Aula prática – Levantamento Planimétrico

Disciplinas: Topografia I

Professor: Alexandre Bernardino Lopes

Assunto: Levantamento Planimétrico

Turma:

1 – Introdução

O objetivo da aula prática é elaborar uma planta topográfica planimétrica a partir dos dados medidos no campus do CPP-CEM-UFPR.

2 - Procedimentos de campo

Nesta aula prática foram adotados os seguintes procedimentos de campo:

1. Antes de iniciar as medições foi feito um planejamento do levantamento e definição dos pontos de poligonal de acordo com os itens a serem levantados;
2. O equipamento foi estacionado nos pontos de poligonal pré-definidos considerando todos os cuidados com a segurança do equipamento e do operador;
3. Obteve-se o azimute do alinhamento P1-P2 ($222^{\circ}23'25''$);
4. Os ângulos medidos em campo foram horários;
5. O caminhamento foi horário;
6. Foram adotados todos os critérios para minimizar os erros aleatórios;
7. As medições não foram registradas em cadernetas de levantamento planialtimétrico para que o discente possa exercitar a organização de dados em cadernetas

Local do levantamento

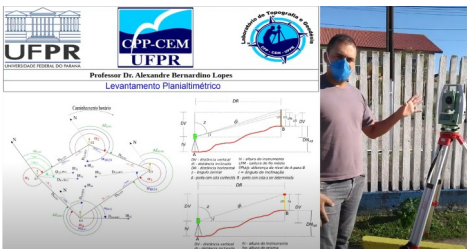
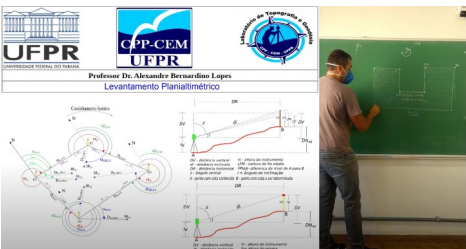
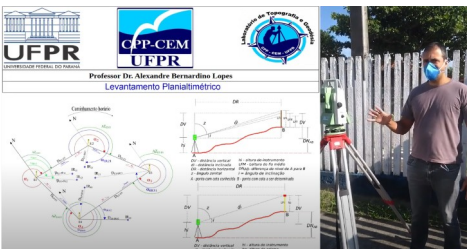
A Figura 01 mostra a foto aérea do CPP-CEM-UFPR, unidade Mirassol, onde foi realizado o levantamento. Os pontos P1, P2, P3, P4 e P5 são estações, ou seja, o vértice da poligonal.



Figura 01 – Local onde foi realizado o levantamento topográfico

Vídeos explicativos da aula prática.

Abaixo os *links* dos vídeos desta aula prática. Nestes vídeos são mostrados como foi planejado o trabalho de campo, considerando um levantamento planialtimétrico.

Parte 1	Parte 2	Parte 3
 https://youtu.be/wc4DCkl6ehQ	 https://youtu.be/rQ76O_psOR8	 https://youtu.be/ERwp-vRR44E

3 – Dados levantados em campo

A Figura 02 mostra o croqui feito em campo. Este croqui deve ser usado para a organização dos dados em caderneta.

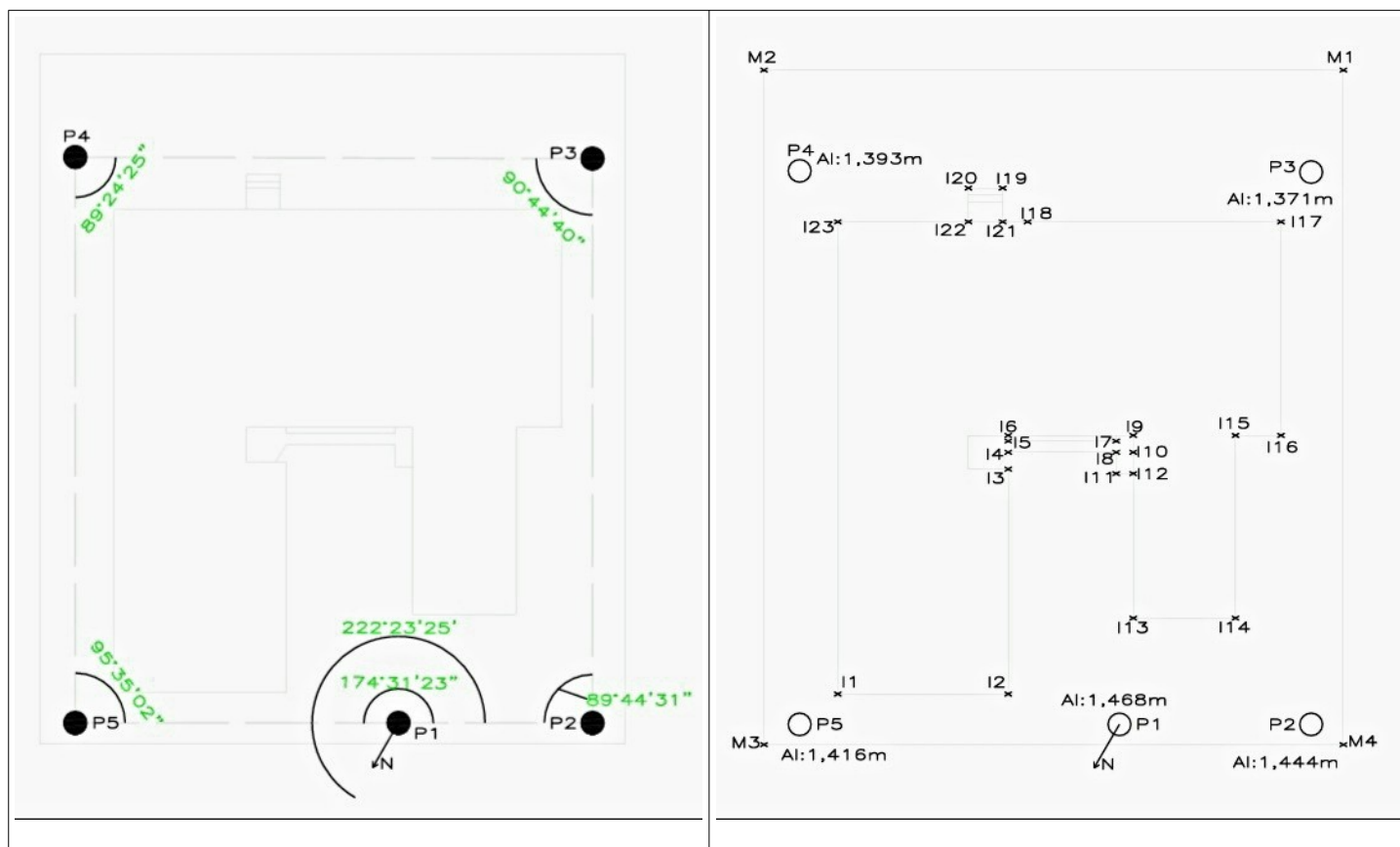


Figura 02 – Croqui do levantamento. Na Figura da esquerda são indicados o Azimute do alinhamento P1-P2 ($222^{\circ}23'25''$) e os demais ângulos medidos nos vértices da poligonal. Na Figura da direita são indicadas todas as irradiações.

Os dados obtidos na medição dos pontos mostrados da poligonal são mostrados na Tabela 01. Os dados de altura do equipamento encontra-se na Figura 02 (figura da direita)

Tabela 01 – Dados da poligonal

PONTO P1			
RÉ		VANTE	
Hz		Hz	174°31'23"
V	90°18'33"	V	90°45'32"
DH	26,616	DH	16,732
DI	26,616	DI	16,734

PONTO P2			
RÉ		VANTE	
Hz		Hz	89°44'31"
V	90°21'42"	V	90°16'32"
DH	16,755	DH	48,448
DI	16,756	DI	48,448

PONTO P3			
RÉ		VANTE	
Hz		Hz	90°44'40"
V	89°58'55"	V	89°50'22"
DH	48,452	DH	43,123
DI	48,452	DI	43,123

PONTO P4			
RÉ		VANTE	
Hz		Hz	89°24'25"
V	90°23'02"	V	90°10'33"
DH	43,128	DH	46,289
DI	43,129	DI	46,289

PONTO P5			
RÉ		VANTE	
Hz		Hz	95°35'02"
V	90°05'40"	V	90°17'37"
DH	46,284	DH	26,616
DI	46,284	DI	26,617

Observações:
Azimute do alinhamento PI-P2:
Hz: 222°23'25"

Os dados das irradiações são mostrados na Tabela 02.

Tabela 02 – Dados da poligonal

I1	I2	I3	I4	I5	I6
Hz 56°15'11"	Hz 76°28'15"	Hz 113°15'53"	Hz 116°06'36"	Hz 116°48'04"	Hz 117°08'17"
V 90°18'18"	V 90°47'54"	V 90°19'40"	V 88°12'54"	V 88°18'13"	V 88°19'06"
DH 25,079	DH 10,163	DH 24,745	DH 29,481	DH 30,802	DH 31,411
DI 25,079	DI 10,164	DI 24,745	DI 29,495	DI 30,816	DI 31,425
hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30
I7	I8	I9	I10	I11	I12
Hz 134°01'53"	Hz 133°53'08"	Hz 136°49'56"	Hz 137°13'33"	Hz 134°01'44"	Hz 138°02'44"
V 89°38'35"	V 89°31'53"	V 89°37'03"	V 89°31'54"	V 90°30'54"	V 90°32'08"
DH 30,204	DH 28,126	DH 30,241	DH 27,451	DH 21,469	DH 21,561
DI 30,204	DI 28,127	DI 30,242	DI 27,452	DI 21,470	DI 21,562
hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30
I13	I14	I15	I16	I17	I18
Hz 140°47'24"	Hz 171°57'57"	Hz 79°26'12"	Hz 86°36'20"	Hz 88°13'43"	Hz 88°30'59"
V 90°47'37"	V 90°39'27"	V 89°45'26"	V 90°25'17"	V 90°17'35"	V 90°05'21"
DH 13,713	DH 17,424	DH 29,593	DH 29,110	DH 47,054	DH 28,440
DI 13,714	DI 17,426	DI 29,593	DI 29,111	DI 47,054	DI 28,440
hp 1,30	hp 1,30	hp 1,55	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30
M1	I19	I20	I21	I22	I23
Hz 200°50'21"	Hz 350°12'34"	Hz 348°33'26"	Hz 05°03'59"	Hz 05°48'29"	Hz 25°12'02"
V 89°54'52"	V 91°12'27"	V 91°23'41"	V 86°25'01"	V 85°52'06"	V 94°35'42"
DH 11,096	DH 14,849	DH 12,811	DH 14,646	DH 12,612	DH 2,973
DI 11,097	DI 14,852	DI 12,815	DI 14,675	DI 12,645	DI 2,982
hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30
M2	M3	M4			
Hz 261°11'13"	Hz 235°58'23"	Hz 96°31'24"			
V 91°01'10"	V 94°51'05"	V 90°19'05"			
DH 10,904	DH 2,400	DH 45,119			
DI 10,906	DI 2,409	DI 45,119			
hp 1,30	hp 1,30	hp 1,30			

	Irradiações obtidas de P1									
	Irradiações obtidas de P2									
	irradiação obtidas de P3									
	Irradiações obtidas de P4									
	Irradiações obtidas de P5									

As irradiações do ponto P1 estão orientadas no norte.

Os dados apresentados nas tabelas devem ser organizados em cadernetas de campo adequadas para levantamento planialtimétrico.

4 – Caderneta de campo e escritório.

Os dados coletados em campo deverão ser organizados em caderneta de campo e escritório. Pode ser utilizado os modelos que seguem.

Caderneta de campo

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO											
caderneta de campo											
Imóvel					Instrumento						
Operador					Data						
Local					Folha						
Azimute inicial: 124°											
		Vante		Azimute		Distâncias					
Ré	Estaca	Irrad.	Ângulo Horário	Lido	Calculado	Reduzida	Inclinada	Alt. Prisma	Alt. Instr.	ângulo Vertical	Observação

Caderneta de escritório

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO											
Caderneta de Escritório											
Imóvel					Instrumento						
Calculista					Data						
Local					Folha						
Azimute inicial:											
Estaca	Pt Visado	Azimutes	Âng. Vertical	Distancia Reduzida	Dif. Nível ΔZ corrigida	Cotas	ΔX corrigida	X	ΔY corrigida	Y	OBS

Caderneta de escritório para poligonal

LEVANTAMENTO TOPOGRÁFICO																
Caderneta de escritório – Poligonal																
Imóvel										Instrumento						
Calculista										Data						
Local										Folha						
Azimute inicial:																
Estaca	Pt Visado	Azimutes	Ang. Vertical	Alt. Prisma	Alt. inst.	Distancia Reduzida	Dif. Nível N. Corrigidas		Corrigidas	Cotas	Cex	ΔX corr	Cey	ΔY corr	X	Y

5 – Cálculo de coordenadas planimétricas

As coordenadas (poligonal e irradiações) devem ser calculadas. Lembrando que as coordenadas do ponto P1 deve ser atribuídas. A coordenada do ponto PI deve ser atribuída da seguinte forma:

- Considere os 2 últimos números do GRR;
 - Para o valor de X adote o antepenúltimo do número do GRR e acrescente 3 zeros;
 - Para o valor de Y o penúltimo número do GRR e acrescente 3 zeros;
- Exemplo de um GRR terminado em 23. As coordenadas do ponto P1 serão: X = 2000, Y=3000.

6 – Atividades

Com os dados coletados fazer as seguintes atividades:

1. Organizar os dados em cadernetas de campo;
2. Apresentar uma caderneta de escritório com as coordenadas da poligonal, erro de fechamento linear e angular. Adote as coordenadas do ponto P1 de acordo com as orientações do tópico 5 deste roteiro;
3. Apresentar uma caderneta de escritório para as irradiações (caderneta completa). Lembrar que as coordenadas das irradiações devem ser calculadas a partir das coordenadas de poligonal corrigidas;
4. Analisar erro de fechamento angular e observar se o mesmo está dentro da tolerância, ver NBR 13133;
5. Analisar erro de fechamento linear e verificar se o mesmo está dentro da tolerância, ver NBR 13133;
6. Desenhar a planta do local obedecendo as normas de desenho;
7. Apresentar um relatório com a planta em anexo com análise dos erros de fechamento angular e linear.

A planta a ser apresentada deve estar dentro das normas de desenho técnico. A Figura 03 mostra um exemplo de planta topográfica.

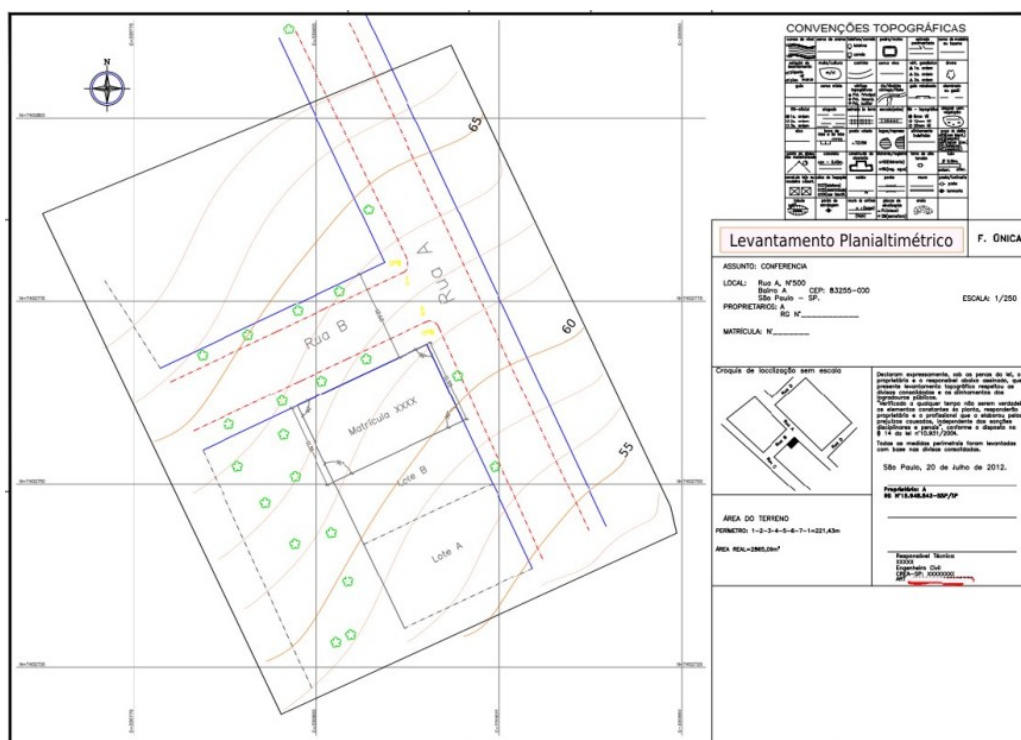


Figura 03 – Exemplo de planta topográfica

7 – Revisão de conceitos

Junto com este roteiro será disponibilizado as “Notas de aulas de Topografia I”. Na “Aula teórica 07: Tipos de Poligonais/Método das Irradiações” e “Aula teórica 08: Instrumentos topográficos/Procedimentos de campo/Caderneta de campo/Cadernetas de escritório/Croqui/ Pontos de apoio e pontos de detalhe.” pode ser feita a revisão de fechamento de poligonal, calculo de erros e de coordenadas.

Na aula “*Aula teórica 10: Escala/unidades de medidas/Carta, Mapa, Planta/ Desenho Topográfico*” é discutido conceitos de desenho topográfico.